Kurver og flader i geometri, arkitektur og design
3. lektion

Martin Raussen

Department of Mathematical Sciences
Aalborg University
Denmark

10. februar 2011

Vektorfunktioner

Vektorfunktion $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$ beskriver kurve vha. $\overrightarrow{OP_t} = \mathbf{r}(t)$.

Differentiation: $\mathbf{r}'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} = (x'(t), y'(t), z'(t))$ koordinatvis.

Betydning: Hastighedsvektor $\mathbf{v}(t) = \mathbf{r}'(t)$; længde $|\mathbf{r}'(t)| = \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2 + z'(t)^2}$ svarer til farten i P_t.

Accelerationsvektoren $\mathbf{a}(t) = \mathbf{v}'(t) = \mathbf{r}''(t)$;

længde = skalar acceleration $a(t) = |\mathbf{a}(t)| \neq v'(t)$!

Integration: $\int_a^b \mathbf{r}(t)dt = (\int_a^b x(t)dt, \int_a^b y(t)dt, \int_a^b z(t)dt)$ koordinatvis.

Anvendelse: Bestemmelse af parameterfremstilling $\mathbf{r}(t)$ med udgangspunkt i

- vandrende hastighedsvektor og begyndelsesposition, hhv.
- vandrende accelerationsvektor, samt begyndelsesposition og -hastighed.

Differentiationsregler

$\mathbf{u}(t), \mathbf{v}(t)$ differentiable vektorfunktioner.
$h(t)$ en (almindelig) funktion

1. $(\mathbf{u}(t) \pm \mathbf{v}(t))' = \mathbf{u}'(t) \pm \mathbf{v}'(t);$
2. $(h(t)\mathbf{u}(t))' = h'(t)\mathbf{u}(t) + h(t)\mathbf{u}'(t);$
3. $(\mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{v}(t))' = \mathbf{u}'(t) \cdot \mathbf{v}(t) + \mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{v}'(t);$
4. $(\mathbf{u}(t) \times \mathbf{v}(t))' = \mathbf{u}'(t) \times \mathbf{v}(t) + \mathbf{u}(t) \times \mathbf{v}'(t).$
5. $\mathbf{u}(h(t))' = h'(t)\mathbf{u}'(h(t))$