Køreplan:

Repetition og perspektivering:

kl. 12:30 – 13:00 i Auditorium 2.

Forelæsningens 1. del:

kl. 13:05 – 13:40 i Auditorium 2.

Opgaveregning:

kl. 13:45 – 15:35 i grupperummene.

Forelæsningens 2. del:

kl. 15:40 – 16:15 i Auditorium 2.

Næste gang:

19.9., kl. 8:15-12:00.
1. miniprojekt: Introduktion til MATLAB.
Gruppearbejde i grupperummene med hjælp fra hjælpelærerne.
Download MATLAB i god tid forinden!

Mål og indhold:

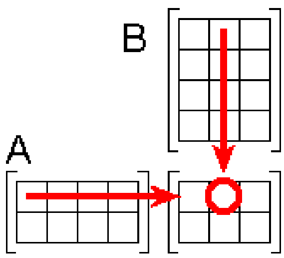
Repetition:

Spænd af et antal vektorer.
Lineært (u)afhængige vektorer.

Nyt stof:

Multiplikationen af matricer: Matricer kan også ganges med hinanden, hvis deres formater passer sammen: Produktet af en $m \times n$-matrix og en $n \times p$-matrix er en $m \times p$-matrix. Resultatets søjler fås idet man ganger den første matrix med søjlerne af den anden – en ad gangen.

Matrixmultiplikation er vigtig, og I skal opnå fortrolighed med denne regneoperation, se især defiitionen (s. 97 i bogen) og række-søjlereglen på bogens s. 100 og de to første applets under *Software* nedenfor.



Flere egenskaber af (regler om) regneoperationerne er sammenfattet i bogens Theorem 2.1 (s. 100/101). En regel savner I måske: Gælder der at multiplikationen er kommutativ, dvs. gælder der, at $AB = BA$ for alle matricer A og B?
Svaret er: som regel nej! For det første kan det ene produkt være defineret mens det andet ikke er det. Men også når begge produkter er defineret, så giver de som regel forskellige resultater.
En af de få undtagelser optræder når den ene matrix er en identitetsmatrix[1] I (1-taller på diagonalen, 0-taller udenfor). For en vilkårlig kvadratisk matrix B af samme størrelse gælder: $IB = BI = B$.
Det er nemt at gange med diagonalmatricer: de står jo for skaleringer langs med ak-

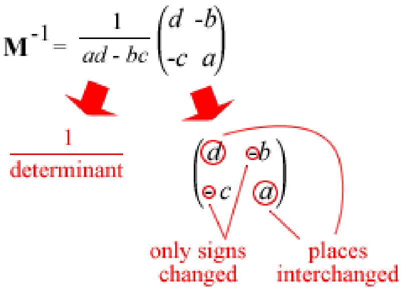
[1] eng.: identity matrix

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST
9940 8855
-
RAUSSEN@MATH.AAU.DK
PEOPLE.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN

serne!

Inverse matricer: I det følgende koncentrerer vi os om kvadratiske matricer med samme antal søjler som rækker. Hvis A er en $(n \times n)$-matrix, har den så en invers matrix C, således at $AC = CA = I \leftarrow$ enhedsmatrix?

Det gælder for mange matricer A – så kaldes de invertible eller regulære, men ikke for dem allesammen; disse andre kaldes singulære. For (2×2)-matricer finder man nemt en formel for den inverse matrix A^{-1}, hvis matricen A opfylder: $\det A \neq 0$ (og hvis $\det A = 0$ så er A singulær!)



Generelt gælder det at matrixligningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ altid har netop én løsning når A er regulær. Hvorfor?

$$\mathbf{x} = I\mathbf{x} = (A^{-1}A)\mathbf{x} = A^{-1}(A\mathbf{x}) = A^{-1}\mathbf{b}.$$

Konklusion: En $n \times n$- matrix A er regulær netop når alle søjler (og dermed alle rækker) har en Pivot-position, dvs. hvis A har rang n.

En rækkeoperation kan opfattes som multiplikation med en elementær matrix ([SIF], p. 126). A er derfor invertibel hvis og kun hvis der findes elementære matricer $E_1, \ldots, E_k$ således at $E_k \cdots E_1 A = I_n$.

Litteratur:

SIF Ch. 2.1, 2.3 (-127).

Komp 6 – 10, 14, 15.

Wikipedia Invertible matrix

Software:

- Matrix multiplication
- Matrix Multiplying Calculator
- Animated Matrix-Matrix Multiplication
- Matrix Inverse
- Matrix Calculator Applet
- Find the Inverse Matrix

Opgaver:

Ch. 1.6 31, 33, 39, 45 –64.

Ch. 1.7 5, 15, 23, 25, 63 – 82.

Ch. 2.1 1, 3, 5, 7, 9, 11.

Ch. 1.6+ 19, 43.

Ch. 1.7+ 7, 13, 39, 41.