Køreplan:

Repetition og perspektivering:

kl. 8:15 – 8:45 i Auditorium 4.

Forelæsningens 1. del:

kl. 8:50 – 9:25 i Auditorium 4.

Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:20 i grupperummene.

Forelæsningens 2. del:

kl. 11:25 – 12:00 i Auditorium 4.

Næste gang:

Torsdag, 27.10., 12:30 – 16:15.
Basis og dimension. Rang og Nullitet.
SIF, 4.2 – 4.3, pp. 245 – 259.

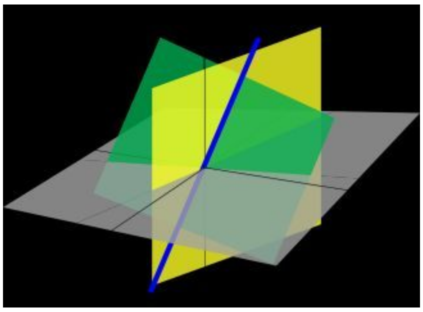
Mål og indhold:

Repetition:

Determinanter: Vigtige egenskaber. Beregning ved hjælp af rækkeoperationer. Lineære ligningssystemer.

Nyt stof:

Underrum: Prototyper af underrum er givet ved linier eller planer (i 3D rum) som indeholder Origo. Mere generelt er et underrum en mængde W af vektorer i $\mathbf{R}^n$, som er lukket under linearkombinationer, dvs., enhver linearkombination af vektorer i W er selv indeholdt i W. Man skriver $K \subseteq \mathbf{R}^n$ for en generel delmængde K, men $W \leq \mathbf{R}^n$ for et underrum W.



For eksempel danner alle linearkombinationer af en mængde vektorer $\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_p \in \mathbf{R}^n$ et underrum $\text{Span}\{\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_p\} \leq \mathbf{R}^n$.

Underrum knyttet til en matrix: En matrix A giver umiddelbart anledning til to slags underrum: Matricens

søjlerum Col A udspændes af matricens søjler. Det indeholder netop alle vektorer i billedmængden af den lineære afbildning givet ved $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$;

nulrum Nul A består af alle løsninger til den homogene matrixligning $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Nulrummet stemmer overens med nulrummet af den lineære afbildning givet ved $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$.

Basis: Som regel kan og vil man ikke beskrive et underrum $W \leq \mathbf{R}^n$ ved at liste alle uendelig mange elementer. Man prøver i stedet at bestemme en basis $\mathcal{B}$ for underrummet; en basis skal opfylde to krav:

1. $\mathcal{B}$ udspænder W: ethvert element i W er linearkombination af elementer i $\mathcal{B}$;

2. $\mathcal{B}$ er lineært uafhængig: linearkombinationer af basiselementer er entydigt bestemt.

Hvordan finder man en basis for et underrum $W \leq \mathbf{R}^n$? Der er to strategier:

Udtynding (Theorem 4.3) Man begynder med en mængde vektorer i W som udspænder underrummet. Vektorerne indsættes som søjler i en matrix A, og der gælder: $W = \text{Col}A$. Pivotsøjlerne i matricen A er lineært uafhængige og udspænder W. Derfor danner de en basis for W.

Udvidelse (Theorem 4.4) Man begynder med en vektor $\mathbf{0} \neq \mathbf{v} \in W$[1] og tilføjer efterhånden flere og flere vektorer som tilsammen er lineært uafhængige – indtil vektorerne udspænder underrummet.

Litteratur:

SIF 4.1 – 4.2, pp. 227 – 245.

Komp 3, 5, 11, 19, 23

Wikipedia Euclidean subspace, Basis

Opgaver:

Ch. 3.2 21, 29, 39 – 58, 59, 63.

Ch. 4.1 1, 5, 9, 11, 15, 19.

Ch. 3.2+ 69, 71, 23, 37.

[1] med mindre $W = \{\mathbf{0}\}$

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST

9940 8855
-

RAUSSEN@MATH.AAU.DK
PEOPLE.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN