

Køreplan:

Repetition og perspektivering:

kl. 12:30 – 13:00 i Auditorium 2.

Forelæsnings 1. del:

kl. 13:05 – 13:40 i Auditorium 2.

Opgaveregning:

kl. 13:45 – 15:35 i grupperummene.

Forelæsnings 2. del:

kl. 15:40 – 16:15 i Auditorium 2.

Næste gang:

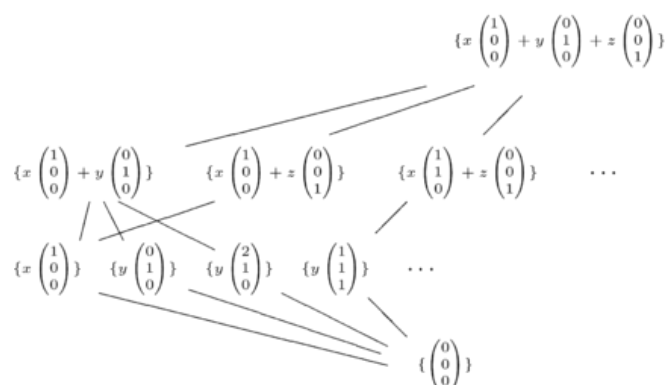
Mandag, 31.10., 8:15 – 12:00.
Koordinatsystemer.
SIF, ch. 4.4.

Mål og indhold:

Repetition:

Underrum, specielt søjlerum og nulrum for en matrix.

Basis for et underrum.



Nyt stof:

Dimension: Til et underrum kan man vælge mange forskellige baser, men de har allesammen noget til fælles: **Antallet** af vektorer i en basis er altid det samme! Dette (an)tal kaldes underrummets **dimension** og måler i en hvis forstand underrummets størrelse. Dimensionen har en geometrisk betydning: Et underrum af dimension 1 bestemmer en linje, et underrum af dimension 2 bestemmer en plan osv.

Følgende resultat (Theorem 4.9) viser, at dimensionen måler størrelsen tilstrækkelig fint: Givet to underrum $V, W \leq \mathbf{R}^n$ med $V \subset W$ af *samme* dimension. Så gælder: $V = W$. Eller: Et (ægte) underrum af et underrum har en *mindre* dimension.

Hvordan kan man teste om en mængde $\mathcal{B}$ vektorer danner en basis for et underrum $V \leq \mathbf{R}^n$ af dimension k ?

Svar: Mængden skal være indeholdt i V , den skal være lineært uafhængig, og den skal have netop k elementer.

Rang og nullitet: Specielt kaldes dimensionen af søjlerummet for en matrix A for matrixens **rang** og dimensionen af nulrummet for matrixens **nullitet**. For en matrix med n søjler er dette tal og dimensionen for matrixens nulrum forbundet med hinanden ved **rangsætningen**:

$$\text{rank } A + \text{nullity } A = n :$$

Betragtes matrixligningen $Ax = \mathbf{0}$, så er rangen nemlig givet ved antallet af *bund-*

n variable og dimensionen af nulrummet med antal Pivotpositioner og derfor gælder ved antallet af *frie* variable – og summen af disse to tal giver antallet af *alle* variable.

Rækkevektorerne i en $m \times n$ matrix A udspænder matricens **rækkerum** $\text{Row } A \leq \mathbf{R}^m$. Hvordan finder man en basis? Overfør A til reduceret echelonmatrix R – med samme (!) rækkerum: $\text{Row } A = \text{Row } R$.

En basis er givet ved alle rækkevektorer i R som ikke er rene nulvektorer.

Rækkerummets dimension? er altså lig

- $\dim \text{Row } A = \text{rank } A$.

- $\text{rank } (A^T) = \text{rank } (A)$.

Litteratur:

SIF 4.2 – 4.3, 245 – 259.

Komp 5, 11, 19.

Opgaver:

Ch. 4.1 27, 39, 43 – 62, 67, 81, 89, 95.

Ch. 4.2 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 33 – 52, 53.