Repetition og perspektivering

kl. 8:15 – 8:45 i G5-112.
Vigtige egenskaber ved Riemann-integralet. Analysens hovedsætning.

Opgaveregning

kl. 8:45 – 10:30 i grupperummene.

Opgaver:

Wade, kap. 5.1, pp. 115 Opg. 3[1], 4[2]

Wade, kap. 5.2, pp. 126 Opg. 2[3]

Wade, kap. 5.2, pp. 127 Opg. 8. Her er formuleringen i (a) uheldig. Den bør være: Antag at $M > 0$. Vis, at der til givet $\varepsilon > 0$ findes et ægte interval $I \subseteq [a, b]$ således at *for alle* $p > 0$:

$$(M-\varepsilon)^p|I| \leq \int_a^b |f(x)|^p dx \leq M^p(b-a)^4.$$

Giv en interpretation af resultatet i (b) og bevis det ved hjælp af (a)[5].

Forelæsning:

kl. 10:30 – 12:00 i G5-112.

Mål og indhold:

Vi begynder med et bevis for analysens hovedsætning, som knytter to tilgange til integration sammen: definition via en formulering af arealbegrebet og udregning vha. stamfunktioner (hvis altså man kan beregne dem på lukket form). Hermed ses at integration er en omvendt operation til differentiation, og derfor har differentiationsregler deres spejlbillede i integrationsregler: Produktreglen svarer til partiel integration, og kædereglen svarer til reglen for integration ved substitution. Beviserne for disse regler gennemgås kun i hovedtræk.

Riemann-integralet er indtil videre kun defineret for begrænsede funktioner over et lukket interval. Man har ofte brug for at tillægge integralet af ubegrænsede funktioner og integraler over ubegrænsede intervaller mening. Dette gør vi ved at udvide Riemann-integralet ved passende grænseovergange. Dette kaldes uegentlig Riemann-integration. Vi skal studere hvilke af de velkendte egenskaber ved Riemann-integralet ligeledes gælder for uegentlige integraler.

Litteratur:

Wade Kap. 5.3 – 5.4, pp. 127 – 141.

Næste gang:

Tirsdag, den 31.10., kl. 8:15 – 12:00.
Differentiation af funktioner af flere variable.
Wade, kap. 11.1, pp. 321 – 323, 11.2, pp. 332 – 337

[1] Vælg inddelingen P_{n^2} (fra Opg. 2) og vis at $U(f, P_{n^2}) \leq \frac{2}{n}$ – ved at opdele oversummen i ledene svarende til x_j mindre/større end $\frac{1}{n}$.

[2] Der findes et interval $I = [x_0 - \delta, x_0 + \delta]$ således at $x \in I \Rightarrow |f(x)| \geq \frac{|f(x_0)|}{2}$. Hvorfor?

[3] Brug notation og resultater fra Opg. 9, p. 65.

[4] (a)Vælg I således at $x \in I \Rightarrow |f(x)| \geq M - \varepsilon$. Se Fodnote 2.

[5] (b) For alle $c > 0$ gælder: $\lim_{p\to\infty} c^{\frac{1}{p}} = 1$.

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST
9635 8855
- RAUSSEN@MATH.AAU.DK
HTTP://WWW.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN