

Repetition og perspektivering

kl. 8:15 – 8:45 i G5-112.

Lineære systemer af differentialligninger og 2den ordens differentialligninger med konstante koefficienter. Løsningsmængde af lineære 2D-systemer ved hjælp af egenverdier og egenrum. Linearitetsprincippet.

Opgaveregning

kl.8:45 – 10:30 i grupperummene.

Opgaver:

[HSD], kap. 2, s. 36 – 38, opg. 2,3,6,7.

Vink:

6 Overfør først ligningen til et system af to lineære differentialligninger (Sect. 2.1)

7 Svar: $a = 1$. Bestem egenrummet svarende til den eneste egenverdi i dette tilfælde. Hvordan med egenverdier og egenrum for matricerne med $a \neq 1$?

Forelæsning:

kl. 10:30 – 12:00 i G5-112.

Mål og indhold:

Nu drejer det sig om at analysere løsningsmængden af et 2D lineært ligningssystem med konstante koefficienter. Hvis systemmatricen A er *invertibel* ($\det A \neq 0$), så har systemet netop ét ligevægtspunkt i $\mathbf{x} = \mathbf{0}$. For at undersøge løsningernes opførsel i nærheden af dette punkt, kombinerer vi en analytisk tilgang (med udgangspunkt i en basis for løsningsfunktionerne) med en grafisk tilgang (faseportræt). Vi gennemgår tre typiske tilfælde:

to forskellige reelle egenverdier Afhængig af egenverdiernes fortegn er ligevægtspunktet et *sadelpunkt*, et *dræn* eller en *kilde*.

to konjugeret komplekse egenverdier

Afhængig af egenverdiens realdel er der tale om et centerpunkt, et spiraldræn eller en spiralkilde.

en reel egenverdi med algebraisk multiplicitet 1

Hvis den geometriske multiplicitet er 2, så drejer det sig igen om et dræn eller en kilde (og løsningskurverne ligger på rette linier). Hvis den geometriske multiplicitet er 1, så ser løsningerne anderledes ud (et grænsetilfælde).

Vigtige definitioner

(i forbindelse med et differentialligningssystem på formen $X' = AX$):

algebraisk multiplicitet af en egenverdi
multiplicitet som rod i det karakteristiske polynomium

geometrisk multiplicitet af en egenverdi
dimensionen af det tilhørende egenrum; højst lige så stor som den algebraiske multiplicitet

retningsfelt knytter til (x_0, y_0) en pil med (normeret) vektor $A[x_0, y_0]^T$

faseportræt tegning af typiske løsningskurver inkl. ligevægtspunkter i xy -plan.

Software:

Phase Plane Window under Solution og især Graph.

Gå på nettet til siden Conrad. Click på Jump to - Chapter 1 - ODE-solver og efterfølgende på PPLANE 2002.2. I Phase Plane Window kan man få løsninger beregnet ved at klikke på en begyndelsesværdi i feltet. Man kan ændre differentiaalligningen ved at skrive i Equation Window. Afprøv forskellige muligheder for løsningsudtegninger i

Næste gang:

Tirsdag, den 12.9., kl. 8:15 – 12:00.

Litteratur: [HSD], kap. 3.4 og 4.1, s. 49 – 64. Generelle 2D lineære systemer med konstante koefficienter og deres klassifikation ved punktet ($\det \mathbf{A}$, $\text{tr } \mathbf{A}$)s placering i parameterplanen.