Repetition og perspektivering

kl. 8:15 – 8:45 i G5-112.
Similære matricer og løsningsrum af de tilsvarende differentilaligningssystemer. Klassifikation med udgangspunkt i egenværdier og egenrum (2D).

Opgaveregning

kl.8:45 – 10:30 i grupperummene.

Opgaver:

[HSD], s. 58/59

- opg. 2(i),(iii),(iv),
- opg. 4[1],
- opg. 9 *for de skrappe!*[2]

Forelæsning:

kl. 10:30 – 12:00 i G5-112.

Mål og indhold:

Man behøver ikke at beregne egenværdier mv. for at afgøre de væsentlige træk af løsningerne til et 2D system af lineære differentialligniner. Det er tilstrækkeligt at placere talparret $(\det A, \operatorname{tr} A)$ i planen – se Figure 4.1 i lærebogen (s. 63).

Vi har allerede set at similære systemmatricer – med éns egenværdier (samt multipliciteter) – har lignende faseplaner. Faktisk overføres faseplaner (og dermed løsninger) i hinanden vha. konjugationsmatricen. Men faseplaner kan ofte ligne hinanden selv om egenværdier mv. er forskellige. Bare der er tale om to sadelpunkter, to kilder osv. Hvordan kan man beskrive disse ligheder mere præcist?

Det gøres hvis man bare forlanger, at faseplaner overføres i hinanden ved en *kontinuert invertibel* afbildning (homeomorfi) fra planen ind i planen (som altså overfører løsninger i løsninger, flow i flow). Der er altså tale om kontinuert (men som regel hverken lineær eller differentiabel) konjugation. For *hyperbolske* matricer (med egenværdier som ikke er rent imaginære) er det alene *fortegnene* på egenværdiernes *realdele* der afgør om to systemer er (kontinuert) konjugerede til hinanden. Specielt er altså en spiralkilde konjugeret til en sædvanlig kilde! (Hvordan mon konjugeringsafbildningen ser ud?)

Vi lægger mere vægt på begreber og forståelse af resultatet end selve beviset (s. 67 – 71 i lærebogen); af denne gennemgås kun hovedideen.

Supplerende materiale fra internettet

Linear Systems – Sect. 6.

Næste gang:

Tirsdag, den 19.9., kl. 8:15 – 12:00.
Vi skifter emne og lærebog. De næste ca. 10 gange benyttes
William R. Wade, *An introduction to analysis*, 3rd ed., Prentice-Hall, 2004.
Vi begynder med kapitel 4.1-4.2 (Differentiation af reelle funktioner og kæderegel, s. 85 – 93).

[1] fortsættelse af opg. 2.6, s. 37/38

[2] Vink: Vinklen $\theta(t)$ mellem løsningsvektoren $X(t) = [x_1(t), x_2(t)]$ og x-aksen er givet ved $\tan\theta(t) = \frac{x_2(t)}{x_1(t)}$. Differentieres denne ligning mht. t finder man at θ vokser/aftager alt efter fortegnet for $cx_1^2 + (d-a)x_1x_2 - bx_2^2$ – hvor a, b, c, d er koefficienterne i matricen A. Det sidste udtryk kan omskrives til $c[x_1 + (\frac{d-a}{2c})x_2]^2 + \frac{x_2^2}{4c}[4(ad - bc) - (a+d)^2]$. Den sidste kantede parentes er den negative diskriminant og er derfor positiv! Derfor er det fortegnet for c der afgør omdrejningsretningen!