

Repetition og perspektivering

kl. 8:15 – 8:45 i G5-112.

Differentiable funktioner: definition og karakterisering. Regneregler. Rolles sætning.

Opgaveregning

kl. 8:45 – 10:30 i grupperummene.

Opgaver:

Kap. 4.1, s. 90 – 91 Opg. 2¹, 3, 6², 7.

Kap. 4.2, s. 93 – 94 Opg. 8, 9³.

Forelæsning:

kl. 10:30 – 12:00 i G5-112.

Mål og indhold:

Det vel nok vigtigste resultat for differentiable funktioner af én variabel er *middelværdisætningen* (Thm. 4.15). Den gør det muligt at drage konklusioner om en differentiable funktions opførsel i en *omegn* af et punkt a , hvis man kender dens afledede $f'(a)$ i punktet. Man beviser sætningen som et korollar til Rolles sætning. I beviset til denne sætning indgår det at kontinuerte funktioner antager maksimum/minimum

på et lukket interval (fra kurset i Metriske rum). Med udgangspunkt i middelværdisætningen kan man bevise adskillige nyttige regler: Bernoulli-ulighederne, l'Hôpital's regler osv. Vi skal hovedsagelig bruge den (generaliserede) middelværdisætning⁴ (næste gang) til at udlede restleddet for en polynomiell Taylor-udvikling af en differentiable funktion.

I den sidste del repeteres monotoniegenskaber af differentiable funktioner. Vi undersøger hvornår en differentiable funktion har en invers og (i givet fald) om den inverse funktion til en differentiable funktion er differentiable. Beviset for Theorem 4.26 i Wade tages med lidt hånd; det beror hovedsageligt på resultater om *kontinuerlige* monotone funktioner. En anden ingrediens er Intermediate Value Theorem (Wade, Thm. 3.29). Begge dele præsenteres I for i kurset om metriske rum.

Litteratur:

Wade, kap. 4.3 – 4.4, s. 96 – 104.

Næste gang:

Tirsdag, den 26.9., kl. 8:15 – 12:00.

Taylor's formel med restled.

Wade, kap. 7.4. eller (anbefalet!) Martin Bøgsted Hansens noter.

¹Def. 4.1

²Vink: (a) produktregel og induktion; (b) brug sætning om inverse funktioner i 4.27

³Se på nævneren i den første brøk

⁴også kaldet Cauchy's middelværdisætning