Repetition og perspektivering

kl. 8:15 – 8:45 i G5-112.
Middelværdisætninger og anvendelser: L'Hôpitals sætninger og monotoni.

Opgaveregning

kl.8:45 – 10:30 i grupperummene.

Opgaver:

Kap. 4.3,s.100 – 101 Opg. 1(a),1(d)[1], 3(a)[2], 4(a),4(b)[3], 8[4].

Hyperbolske funktioner Vi skal i denne opgave beskæftige os med de to elementære funktioner *hyperbolsk cosinus* og *hyperbolsk sinus*, som optræder i mange anvendelser af matematik. De er givet ved

$$\begin{aligned} \cosh x &= \frac{1}{2}(\exp(x) + \exp(-x)) \\ \sinh x &= \frac{1}{2}(\exp(x) - \exp(-x)) \end{aligned}$$

for alle $x \in \mathbf{R}$. Man kan f.eks. se dem som løsninger til differentialligningen $y'' - y = 0$ og de er ligeså fundamentale i den *hyperbolske geometri* (en geometri ligesom Euklidisk geometri, men med udeladelse af parallelpostulatet), som sinus og cosinus er i Euklidisk geometri.

1. Vis at sinh er en ulige funktion og cosh er en lige funktion.
2. Find de afledede af de to funktioner.
3. Find funktionernes nulpunkter (hvis de har nogle).
4. Skitser funktionerne, f.eks. ved brug af `plot(cosh,-2..2)` og `plot(sinh,-2,2)` i Maple.

Fortsættelsen følger næste gang!

Forelæsning:

kl. 10:30 – 12:00 i G5-112.

Mål og indhold:

Første emne er den inverse funktion g til en differentiabel strikt monoton funktion f. Hvis f ikke har vandrette tangenter, så er den omvendte funktion g differentiabel og de afledede af f og g er hinandens reciprokke i punkter som svarer til hinanden ved f og g.

Det næste emne er Taylorapproksimation, dvs., den *bedstmulige approksimation* af en differentiabel funktion ved et *polynomium* (af en given grad) – som regel en forbedring af den approksimation givet ved tangentlinien. Taylor udgav sin version af formlen i 1715, men det var først da Lagrange i 1777 får øje på Taylors formel og udtaler at resultatet er 'le principal fondement du calcul différentiel', at resultatets vigtighed bliver kendt i matematikerkredse.

Formlen bruges til polynomiel approksimation af funktioner af både en og flere variable (dette senere i kurset). Formlen har mange anvendelser i anvendt matematik. Her på studiet vil I f.eks. se formlen

[1] Omformuler med eksponential- og logaritmefunktion!

[2] $\frac{e^{\frac{-1}{x^2}}}{x} = \frac{x^{-1}}{e^{\frac{1}{x^2}}}$; $x \to 0$!

[3] Undersøg funktionen $x \mapsto \frac{\log x}{x^\alpha}$; hvor antager den et maksimum?

[4] Middelværdisætning! Find først brugbare informationer om den første afledede f'!

anvendt til potensrækkemetoder til løsning af differentialligninger, stabilitetsanalyse af ikke-lineære differentialligninger og i beviset for den centrale grænseværdisætning, der siger at summen af mange små tilfældige størrelser er normal fordelte.

På basis har nogle af Jer i kurset *computerstøttede beregninger* set Taylors formel med integral restled. Her i kurset viser vi, ved hjælp af Cauchys middelværdisætning, først Taylors formel med Lagrange restled hvorefter vi (for nogle) repeterer Taylors formel med integral restled.

Litteratur:

Wade kap. 7.4, Definitionerne 7.40, 7.42 og Sætningerne 7.44, 7.45 og 7.52.

Bøgsted Hansen Noter. Nogle af notens henvisninger på side 1 er forældede idet de henviser til forrige års lærebog om dynamiske systemer.

Næste gang:

Torsdag, den 28.9., kl. 8:15 – 12:00.
Introduktion til Riemann-integralet.
Wade, kap. 5.1 – 5.2, pp. 107 – 118.

FREDRIK BAJERSVEJ 7G
9220 AALBORG ØST
9635 8855
RAUSSEN@MATH.AAU.DK
- HTTP://WWW.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN