Repetition og Perspektivering

kl. 8:15 – 8:35 i lokale G5-112.
Konvergens af talfølger.
Sum, produkt, kvotient af konvergente følger.

1. forelæsning

kl. 8:45 – 9:20 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Denne gang skal vi undersøge talfølger som er indeholdt i en delmængde $S \subseteq \mathbf{R}$. Hvor vil en evt. grænseværdi ligge? Hvilke reelle tal kan man opnå som grænseværdier af en følge i S? Hvad med monotone følger? Kan man i det mindste udvælge en konvergent delfølge i en given følge?

Tætte delmængder kan man karakterisere ved at ethvert reelt tal er grænseværdi af en talfølge som helt er indholdt i delmængden[1]. En delmængde $S \subseteq \mathbf{R}$ kaldes *lukket*, hvis grænseværdien a for enhver konvergent følge a_n i S ligger i S. Lukkede intervaller er lukkede mængder.

Det er nemt at se at en konvergent følge altid er begrænset. Monotone følger er specielt vigtige. Hvis en monoton følge er begrænset, så konvergerer den mod ?? følgemængdens supremum, hhv. infimum! (Thm. 2.25, monoton konvergens). Her har vi et første eksempel på at eksistens af en grænseværdi kan sikres uden at man har en metode til at beregne den eksplicit.

Litteratur:

[PF] Fitzpatrick, *Advanced Calculus*, ch. 2.2 – 2.3, pp. 35 – 41.

Opgaveregning:

kl. 9:25 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

2.2, pp. 37 1 – 4

2.1, pp. 32 – 35 15a[2], 16[3]

2. forelæsning

Mål og indhold:

En intervalruse består af uendelig mange lukkede intervaller $I_n = [a_n, b_n]$ som indeholder hinanden ($I_{n+1} \subseteq I_n$) og hvis længde $b_n - a_n$ konvergerer mod 0. Intervalrusesætningen siger at snitmængden $\bigcap_{i=1}^{\infty} = I_1 \cap I_2 \cap \cdots$ består af netop et punkt, nemlig $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} b_n$.

Herefter analyseres (egenskaber af) delfølger af en given følge. En delmængde $S \subseteq \mathbf{R}$ kaldes følgekompakt, hvis enhver følge i S har en delfølge som konvergerer mod et element i S. Det er nemt at se at en følgekompakt mængde er begrænset og lukket. Det omvendte er også rigtigt (Sætning 2.37, p. 48) Vi viser specielt:[4] Bolzano-Weierstrass sætningen:


Et lukket interval $[a, b]$ er følgekompakt.

[1] Approksimation med rationale tal/irrationale tal!
[2] Vink: Sæt n^3 uden for en parentes
[3] Facit for grænseværdier: $0, \frac{1}{2}, \infty$
[4] Ikke-lukkede intervaller kan ikke være følgekompakte!

Litteratur:

[PF] Fitzpatrick, *Advanced Calculus*, ch. 2.3 – 2.4, pp. 41 – 48.

Næste gang:

Mandag, 21.9., kl. 8:15 – 12:00
Kontinuerte Funktioner og deres egenskaber: antager extremumsværdier på lukkede intervaller; mellemværdiegenskab.
Fitzpatrick, ch. 3.1 – 3.3, pp. 53 – 65.