

Repetition og Perspektivering:

kl. 8:15 – 8:35 i lokale G5-112.

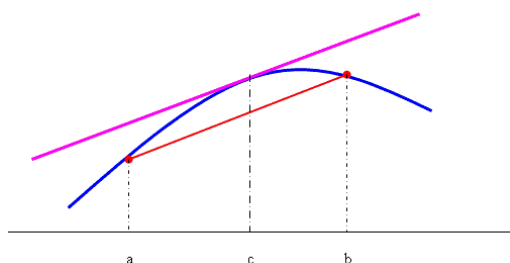
Differentiable funktioner. Differentiation af inverse og af sammensatte funktioner.

1. forelæsning:

kl. 8:45 – 9:20 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Det vigtigste redskab i teorien om differentiable funktioner af en variabel er **mid-delværdisætningen**. Den findes faktisk i to versioner som skyldes hhv. Lagrange og Cauchy. Den simple version siger, at enhver differenskvotient (for en differentiable funktion) er lig med en passende differentialkvotient. Eller at enhver sekant-hældning er lig med tangenthældningen i et punkt som ligger mellem "y-der"-punkterne. Til gengæld er sætningen ikke konstruktiv, den angiver ikke en metode til at finde det "rigtige" punkt.¹



Nøglen i beviset for begge sætninger er **Rolles sætning**: det specielle tilfælde hvor sekanten er vandret. Her udnyttes at en kontinuert funktion antager maksimum (og minimum) på et lukket interval. I et punkt hvor et (lokalt) ekstremum antages er den afledede af funktionen lig med 0 = hældningen for sekanten!

Middelværdisætningen fås nu ved at anvende Rolles sætning på en modificeret

¹Der kan være flere!

funktion: sekantligningen trækkes fra! En lignende modifikation viser ligeledes Cauchys mere komplicerede version af mid-delværdisætningen.

Litteratur:

PF Fitzpatrick, *Advanced Calculus*, ch. 4.3, pp. 101 – 104; ch. 4.4, pp. 111.

Wikipedia Mean value theorem

YouTube Mean value theorem

YouTube The Mean Value Theorem

Opgaveregning:

kl. 9:25 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

4.3, pp. 108 – 110 1.

4.1, pp. 93 – 96 9, 13, 18.

Kæderegel Vis Theorem 4.6.iii. om differentiation af $\frac{1}{g}$ vha. kædereglens.

4.2, pp. 100 – 101 4, 8, 9.

2. forelæsning

kl. 11:25 – 12:00 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Middelværdisætningerne har en del væsentlige konsekvenser:

- Funktioner med samme afledede stemmer overens på nær en konstant.
- En funktion med positiv (negativ) afledet er monotont voksende (aftagende).

- I et punkt hvor funktionen antager et lokalt ekstremum, er den afledede lig med 0. Fortegnet af den dobbelt afledede ($\neq 0$) afgør om der er tale om et lokalt maksimum eller minimum.
- Cauchys generaliserede middelværdisætning er nøglen i analysen af restleddet ved sammenligning med (Taylor)-polynomier (næste gang!).

Litteratur:

[PF] Fitzpatrick, *Advanced Calculus*, ch. 4.3, pp. 104 – 107; ch. 4.4, pp. 111 – 112.

Næste gang:

Torsdag, den 29.10.2009, kl. 8:15 – 12:00.
Taylorformel og restled.
Fitzpatrick, ch. 8.1 – 8.3, pp. 199 – 211.