

Repetition og Perspektivering:

kl. 8:15 – 8:35 i lokale G5-112.
Taylorpolynomier og restled.
Taylorrækker og -approximation.

1. forelæsning:

kl. 8:45 – 9:15 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Indtil videre har vi udelukkende beskæftiget os med mængder af og funktioner på de reelle tal. Nu udvides begrebsrammen, vi ser på delmængder af og funktioner på \mathbf{R}^n – i mange, men ikke alle anvendelser er $n = 2$ eller $n = 3$. Vi begynder med at indfører en hel del nye begreber.

Afstanden mellem to punkter $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^n$ defineres ved $\text{dist}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \|\mathbf{u} - \mathbf{v}\|$. Denne afstand tilfredsstiller **trekantsuligheden** (konsekvens af Cauchy-Schwarz uligheden). Konvergens af punktfølger i \mathbf{R}^n defineres som i det 1-dimensionelle tilfælde, men nu ved hjælp af denne afstand. Det er nemt at se, at en punktfølge i \mathbf{R}^n konvergerer, hvis **alle komponentfølger** konvergerer inden for de reelle tal.

Litteratur:

[PF] Fitzpatrick, *Advanced Calculus*, ch. 10.2, pp. 277 – 281.

Formuleringsøvelse og opgaveregning:

kl. 9:20 – 11:15.

Formuleringsøvelse:

Fordel de fire emner fra arket til en i hver gruppe. Hver studerende bedes at forberede

de et oplæg på ti minutter om det valgte emne.

Opgaver:

8.2, pp. 207 – 209 11.

8.3, pp. 211 – 212 4.¹

10.2, pp. 281 – 282 1,2.

2. forelæsning

kl. 11.25 – 12:00 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

I stedet for åbne intervaller betragtes nu åbne kugler (skive eller disk i dimension 2). Givet en delmængde $A \subset \mathbf{R}^n$. Et punkt $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^n$ ligger i A s **indre int** A , hvis der findes en hel åben kugle om \mathbf{u} som er indeholdt i A . A kaldes **åben** hvis $\text{int } A = A$. En mængde $B \subset \mathbf{R}^n$ kaldes **lukket** hvis enhver konvergent følge af punkter i A konvergerer mod et punkt i A . Vi viser, at

- lukkede mængder er komplementer til åbne mængder og omvendt;
- foreningsmængder af åbne mængder er åbne; snitmængder af lukkede mængder er lukkede;
- snitmængder af **endelig mange** åbne mængder er åbne; foreningsmængder af endelig mange lukkede mængder er lukkede.

(den sidste egenskab er som regel forkert hvis ikke man begrænser sig til snit eller forening af endelig mange mængder).

Endvidere defineres, for en given delmængde $A \subset \mathbf{R}^n$, mængden $\text{ext } A$ af dets **ydre** punkter (de indre punkter af komplementet) og **rand**mængden $\text{bd } A$. Desuden

¹Udnyt at Fibonacci-tallene f_n opfylder uligheden $f_n \leq 2^n$.

krydsproduktet $A_1 \times \cdots \times A_n \subseteq \mathbf{R}^n$ af delmængder A_i af de reelle tal.

Litteratur:

PF Fitzpatrick, *Advanced Calculus*, ch. 10.3, pp. 282 – 288.

Wikipedia Open set; Closed set.

Næste gang:

Tirsdag, den 11.11., kl. 8:15 – 12:00.

Funktioner af flere variable:

Kontinuitet. Grænseværdier.

Fitzpatrick, ch. 11.1, pp. 290 – 297; ch. 13.1, pp. 348 – 352.