

Repetition og Perspektivering:

kl. 8:15 – 8:35 i lokale G5-112.
Partielle afledede.

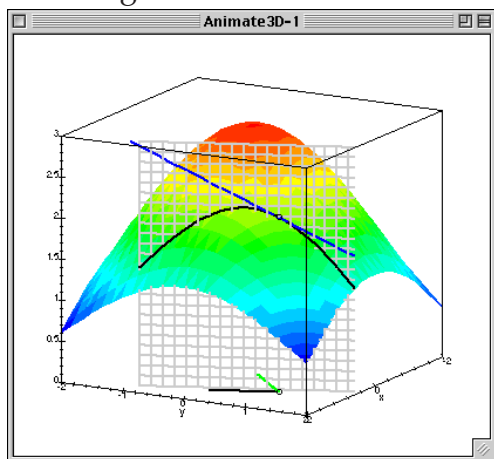
1. forelæsning:

kl. 8:45 – 9:20 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Hvad kan man sige om en funktion af flere variable hvis man har informationer om dens partielle afledede? Lige som for funktioner af en variabel bliver sammenhænge synlige ved hjælp af **middelværdisætninger**. Dog kan man ikke længere arbejde med differenskquotienter (ingen division med vektorer!) En funktionsdifferens $f(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - f(\mathbf{x})$ kan udtrykkes ved hjælp af partielle afledede i passende punkter "mellem" $\mathbf{x}$ og $\mathbf{x} + \mathbf{h}$ og vektoren $\mathbf{h}$.

Man kan udnytte resultatet til at udlede en sammenhæng mellem **gradienten** af en C^1 – **kontinuert** differentiabel funktion (alle partielle afledede kontinuerte) og de **retningsafledede** af funktionen – som generaliserer de partielle afledede. Det indikerer allerede at betingelsen "kontinuert differentiabel" er ret så kraftig: Den siger jo at hældningskoefficienterne parallel med akserne fastlægger hældningskoefficienter i alle retninger!



Endnu en middelværdisætning udtrykker funktionsdifferensen ovenpå som prikprodukt mellem differensvektoren $\mathbf{h}$ og gradientvektoren $\nabla f(\mathbf{u})$ hvor $\mathbf{u}$ ligger et eller andet sted på liniestykket der forbinder $\mathbf{x}$ med $\mathbf{x} + \mathbf{h}$.

Litteratur:

PF Fitzpatrick, *Advanced Calculus*, ch.13.3, pp.364 – 370.

Wikipedia Mean value theorem in several variables

Wikipedia Gradient

Opgaveregning:

kl. 9:25 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

13.2, pp. 361 – 364 5, 6, 11, 13, 16.

13.3, pp. 370 – 371 1, 4.

2. forelæsning

kl. 11:25 – 12:00 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Vi generaliserer approksimation ved hjælp af 1. ordens polynomier (**affine** funktioner) fra funktioner af en variabel to funktioner af flere variable. Første ordens approksimationen for en differentiabel funktion $f : O \rightarrow \mathbf{R}$, $O \subseteq \mathbf{R}^n$, omkring $\mathbf{x} \in O$ er givet ved den affine funktion $g(\mathbf{h}) = f(\mathbf{x}) + \langle \nabla f(\mathbf{x}), \mathbf{h} \rangle$, $\mathbf{h} \in \mathbf{R}^n$.

Hvor god er denne approksimation? Se på restleddet, dvs. differensen $R_1(\mathbf{h}) = f(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - P_1(\mathbf{x} + \mathbf{h}) = f(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - (f(\mathbf{x}) + \langle \nabla f(\mathbf{x}), \mathbf{h} \rangle)$.

Følgende definition er **ikke** indeholdt i lærebogen:

Definition: f kaldes **differentiabel** i x hvis
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{|R_1(h)|}{\|h\|} = 0$.

Altså skal tælleren gå væsentlig hurtigere mod 0 end afstandsfunktionen.

Theorem 14.2 viser, at en C^1 -funktion (med kontinuerte partielle afledede) er differentiabel.

Litteratur:

PF Fitzpatrick, *Advanced Calculus*, ch. 14.1, pp. 372 – 374.

Wikipedia Derivatives in higher dimensions

Næste gang:

Torsdag, den 19.11., kl. 8:15 – 12:00.

Tangentplan til grafen for en reel funktion.

Differential og Jacobimatrix.

Fitzpatrick, ch. 14.2, pp. 374 – 377, 15.2, pp. 407 – 412.