Repetition og Perspektivering:

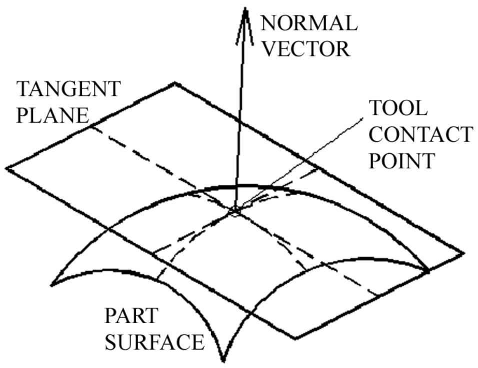
kl. 8:15 – 8:35 i lokale G5-112.
Middelværdisætninger. Gradient. Differentiabilitet for funktioner af flere variable.

1. forelæsning:

kl. 8:45 – 9:20 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Første-ordens approksimation af en reel funktion af to variable omkring et punkt **x** i definitionsområdet i planen har en oplagt geometrisk interpretation: Den giver en parameterfremstilling for tangentplanen til den flade, som er grafen til den oprindelige funktion. Ved hjælp af gradientvektoren til funktionen finder man en normalvektor til grafen i det tilsvarende punkt.



Nu begynder vi med at undersøge vektor-funktioner på formen
$\mathbf{F} = (F_1, \ldots, F_m) : O \to \mathbf{R}^m, O \subseteq \mathbf{R}^n$
med henblik på differentiabilitet. Først betragtes de partielle afledede $\frac{\partial F_i}{\partial x_j}(\mathbf{x})$ i punktet $\mathbf{x} \in O$ – hvis de eksisterer. I så fald organiseres de i Jacobi-matricen $\mathbf{D}F(\mathbf{x})$ med $\frac{\partial F_i}{\partial x_j}(\mathbf{x})$ som koefficient i i-te række og j-te søjle.

[1]polære koordinater kan hjælpe!

Litteratur:

[PF] Fitzpatrick, *Advanced Calculus*, ch. 14.1, pp. 374 – 377;
ch. 15.2, pp. 407 – 408.

Opgaveregning:

kl. 9:25 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

13.3, pp. 370 – 371 9[1] – 10.

14.1, pp. 377 – 380 1, 6, 17.

15.2, pp. 412 – 414 1 – 2.

2. forelæsning

kl. 11.25 – 12:00 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Definitionen fra sidst generaliseres til vektorfunktioner af flere variable på følgende måde. Definer $\mathbf{P}_1(\mathbf{h}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}) + D\mathbf{F}(\mathbf{x})\mathbf{h}$ og $\mathbf{R}_1(\mathbf{h}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}+\mathbf{h}) - \mathbf{P}_1(\mathbf{h}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}+\mathbf{h}) - (\mathbf{F}(\mathbf{x}) + D\mathbf{F}(\mathbf{x})\mathbf{h})$.
Definition: $\mathbf{F} : O \to \mathbf{R}^m, O \subseteq \mathbf{R}^n$ åben, kaldes differentiabel i $\mathbf{x} \in O$ hvis $\lim_{\mathbf{h}\to\mathbf{0}} \frac{\|\mathbf{R}_1(\mathbf{h})\|}{\|h\|} = \mathbf{0}$.

Den siger, at funktionen **F** har en god 1. ordens approksimation $\mathbf{F}(\mathbf{x}+\mathbf{h}) \approx P_1(\mathbf{h})$. Nu checker vi ([PF], Theorem 15.31), at denne egenskab er opfyldt, hvis funktionen **F** er C^1 (har kontinerte partielle afledede). Omvendt vises det ([PF], Theorem 15.32), at hvis en funktion har en 1. ordens-approksimation ved en 1. orden (affin) funktion, så har funktionen partielle afledede, og denne 1. ordens approksimation har disse partielle afledede som (matrix-)koefficienter.

RAUSSEN@MATH.AAU.DK 9940 8855 FREDRIK BAJERSVEJ 7G
HTTP://WWW.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN - 9220 AALBORG ØST

Den lineære del af 1. ordens-approksimationen (kaldet afbildningens differential $dF(\mathbf{x}) : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$) er givet ved Jacobimatricen med de partielle afledede som koefficienter: $\boldsymbol{dF}(\mathbf{x})(\mathbf{h}) = \boldsymbol{DF}(\mathbf{x})(\mathbf{h})$ for alle $\mathbf{h} \in \mathbf{R}^n$.

Litteratur:

[PF] Fitzpatrick, *Advanced Calculus*, ch. 15.2, pp. 408 – 412.

Næste gang:

Tirsdag, den 24.11., kl. 8:15 – 12:00.
Kæderegler for funktioner af flere variable.
Hessianten for en funktion af flere variable.
Fitzpatrick, ch. 15.3, pp. 414 – 419; ch. 14.2, pp. 380 – 386.

raussen@math.aau.dk 9940 8855 Fredrik Bajersvej 7G
http://www.math.aau.dk/~raussen - 9220 Aalborg Øst