

Repetition og Perspektivering:

kl. 8:15 – 8:35 i lokale G5-112.
Kæderegler. Hesse matrix.

1. forelæsning:

kl. 8:45 – 9:20 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Vi undersøger om der foreligger et lokalt ekstremum i et kritisk punkt \mathbf{x}_0 for en C^2 -funktion f af flere variable. Nøglen er en beskrivelse af restleddet for den affine 1. ordens approksimation til funktionen ved hjælp af de anden ordens partielle afledede: Ved hjælp af restleddet i Taylor formelen for en hjælpefunktion af en variabel ses at det kvadratiske polynomium

$$g(\mathbf{x} + \mathbf{h}) = f(\mathbf{x}) + \langle \nabla f(\mathbf{x}), \mathbf{h} \rangle + \frac{1}{2} \langle \nabla^2 f(\mathbf{x}) \mathbf{h}, \mathbf{h} \rangle$$

har **anden ordens kontakt** med f i nærheden af \mathbf{x} .

Litteratur:

FP Fitzpatrick, *Advanced Calculus*, ch. 14.3, pp. 387 – 391.

Wikipedia Quadratic form

Opgaveregning:

kl. 9:25 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

15.3, pp. 419 – 420 Afleveringsopgaverne 3 – 7 færdigbehandles.

14.2, pp. 386 – 387 1, 7, 9, 6.

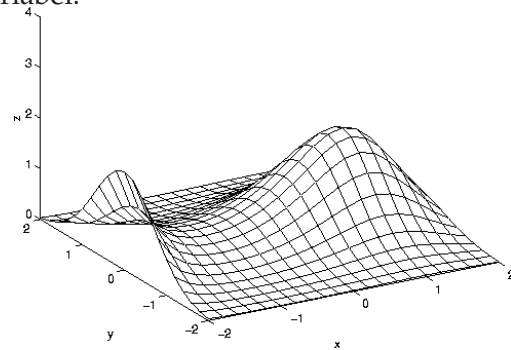
2. forelæsning

kl. 11.25 – 12:00 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Først vises følgende egenskab af en definit kvadratisk form Q : Der findes en konstant $c > 0$, således at $Q(\mathbf{x}) \geq c \|\mathbf{x}\|$ for alle $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ – for en positiv definit form Q , hhv. $Q(\mathbf{x}) \leq -c \|\mathbf{x}\|$ for en negativ definit form Q . Beviset benytter at en kontinuert funktion antager både maksimum og minimum på enhedssfæren

$S^{n-1} = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n \mid \|\mathbf{x}\| = 1\}$; dette resultat bevises i den kommende uge. Ved at sammenligne funktionen f med anden ordens approksimationen g (se ovenfor) finder vi den følgende generalisering af det kendte kriterium for lokale ekstrema for funktioner af en variabel:



Hvis Hesse matricen $\nabla^2 f(\mathbf{x}_0)$ i et kritisk punkt \mathbf{x}_0 er **positiv definit** (hhv. negativ definit), så antager f et **lokalt minimum** (hhv. maximum) i \mathbf{x}_0 . Hvis Hesse matricen antager både positive og negative værdier, så har grafen for f i \mathbf{x}_0 et sadelpunkt.

Litteratur:

PF Fitzpatrick, *Advanced Calculus*, ch. 14.2, pp. 385 – 386; ch. 14.3, pp. 391 – 392.

Wikipedia Hessian matrix

Næste gang:

Tirsdag, den 1.12., 8:15 – 12:00.

Følgekompatte mængder og Heine-Borel sætning. Ekstrema for kontinuerte funktioner på følgekompatte mængder. Kurvesammenhængende mængder.

Fitzpatrick, ch. 11.2 – 11.3, pp. 298 – 307.