Repetition og Perspektivering:

kl. 8:15 – 8:35 i lokale G5-112.
Definite kvadratiske former. Lokale minima og maksima for funktioner af flere variable.

1. forelæsning:

kl. 8:45 – 9:20 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

I kursets sidste uger vender vi tilbage til mere basale forhold om rum og kontinuerte funktioner på dem. Indtil videre betyder rum $\mathbf{R}^n$.

En delmængde $A \subseteq \mathbf{R}^n$ kaldes følgekompakt hvis enhver følge i A har en konvergent delfølge. Vi har tidligere set, at lukkede intervaller $I = [a,b] \subseteq \mathbf{R}^1$ er følgekompakte. En generalisering af Bolzano-Weierstrass sætningen karakteriserer netop de følgekompakte delmængder af $\mathbf{R}^n$:
En delmængde $A \subseteq \mathbf{R}^n$ er følgekompakt hvis og kun hvis mængden er både begrænset og lukket.

Det er ret nemt at se, at billdemængden $F(A)$ af en en følgekompakt mængde $A \subseteq \mathbf{R}^n$ under en kontinuert funktion $F : A \to \mathbf{R}^m$ ligeledes er følgekompakt. For $m = 1$ betyder det, at $F(A) \subset \mathbf{R}$ er en lukket og begrænset og at billedmængden derfor indeholder både et største og et mindste element – maximum og minimum af funktionen F!

Det er heller ikke vanskeligt at se, at en kontinuert funktion $F : A \to \mathbf{R}^m$ med følgekompakt definitionsområde automatisk er ligeligt kontinuert.

Litteratur:

PF Fitzpatrick, *Advanced Calculus*, ch. 11.2, pp. 298 – 303.

Wikipedia Bolzano – Weierstrass theorem

Opgaveregning:

kl. 9:25 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

14.3, pp. 392 – 393 1,4,5[1],6,7.

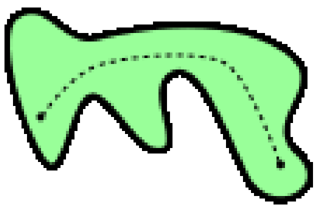
11.2, p. 304 2 – 4.

2. forelæsning

kl. 11.25 – 12:00 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Nu gælder det om at generalisere mellemværdisætningen til funktioner af flere variable. I stedet for intervaller træder de såkaldt kurvesammenhængde delmængder af $\mathbf{R}^n$ – karakteriseret ved, at to vilkårlige elementer kan forbindes ved en (kontinuert) sti i mængden.



Med denne definition er det let at se:
Billedemængden $F(A) \subseteq \mathbf{R}^m$ af en kurvesammenhængde mængde $A \subseteq R^n$ under en kontinuert afbildning $F : A \to \mathbf{R}^m$ er ligeledes kurvesammenhængdene. Og kurvesammenhængende delmængder af $\mathbf{R}^1$ er netop intervaller! Med andre ord:

[1]Ved hjælp af egenværdier og egenvektorer til Hesse-matricen kan man endda finde linier gennem Origo langs hvilke funktionen vokser, hhv. aftager på begge sider af Origo!

Alle "mellemværdier" antages af en kontinuert funktion.

Litteratur:

PF Fitzpatrick, *Advanced Calculus*, ch. 11.3, pp. 304 – 309.

Wikipedia Path connectedness

Næste gang:

Torsdag, 3.12., kl. 8:15 – 12:00.
Sammenhæng og kurvesammenhæng.
Metriske rum.
Fitzpatrick, ch. 11.4, pp. 310 – 313; ch. 12.1, pp. 314 – 319.