Matematisk Analyse I 12. lektion

Martin Raussen

Department of Mathematical Sciences
Aalborg University
Denmark

12.11.2009

Definition

$f: O \to \mathbf{R}^m$, O åben, $\mathbf{x} \in O$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^n$, $\| \mathbf{v} \| = 1$.

$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{u}) = \lim_{t \to \infty} \frac{f(\mathbf{u}+t\mathbf{v})-f(\mathbf{u})}{t}$ – fs retningsafledede i retning $\mathbf{v}$.

$\frac{\partial f}{\partial x_i}(\mathbf{u}) = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{e}_i}(\mathbf{u})$ – fs partielle afledede mht. x_i.

Interpretation: Hældning af tangent til kurven i grafen "over" den rette linie med parameterfremstilling $t \mapsto \mathbf{u} + t\mathbf{v} \in O$(for lille $|t|$).

En funktion med partielle afledede er ikke nødvendigvis kontinuert.

Højere ordens partielle afledede

= partielle afledede af partielle afledede – hvis de eksisterer.

Definition

En funktion $f : O \to \mathbf{R}$, $O \subseteq \mathbf{R}^n$ åben, kaldes C^k, $k \in \mathbf{N}$, hvis alle partielle afledede til og med orden k eksisterer og er kontinuerte funktioner.
C^1: kontinuert differentiabel.

Theorem

For en C^2-funktion $f : O \to \mathbf{R}$, $O \subseteq \mathbf{R}^n$ åben, gælder:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^i \partial x^j}(\mathbf{x}) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^j \partial x^i}(\mathbf{x}), \ \mathbf{x} \in O, 1 \leq i, j \leq n.$$

Differentiationsrækkefølge ligegyldig!
Resultatet gælder ikke generelt for funktioner med 2den ordens partielle afledede!