

# Matematisk Analyse I 18. lektion

Martin Raussen

Department of Mathematical Sciences  
Aalborg University  
Denmark

3.12.2009

## Definition

- En delmængde  $A \subseteq \mathbf{R}^n$  **separeres** ved åbne mængder  $U, V \subseteq \mathbf{R}^n \Leftrightarrow$ 
  - $A \cap U \neq \emptyset \neq A \cap V$
  - $(A \cap U) \cap (A \cap V) = \emptyset$
  - $(A \cap U) \cup (A \cap V) = A.$
- $A \subseteq \mathbf{R}^n$  kaldes **sammenhængende** hvis man ikke kan separere  $A$  ved åbne mængder.

## Theorem

*$A$  har mellemværdiegenskab  $\Leftrightarrow A$  sammenhængende.*

## Corollary

*$A$  kurvesammenhængende  $\Rightarrow A$  sammenhængende;  
**ikke** omvendt!*

## Definition

En afbildning  $d : X \times X \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $X$  en mængde, kaldes en **metrik** hvis

- $d(x, x) = 0, x \in X; d(x, y) > 0, x, y \in X, x \neq y$
- $d(x, y) = d(y, x), x, y \in X$
- $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z), x, y, z \in X.$

$(X, d)$  kaldes et **metrisk rum**.

Eksempel: Funktionsrum med **supremumsmetrik**:

$$X = C([a, b], \mathbf{R}) = \{f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R} \mid f \text{ kontinuert}\},$$

$$d(f, g) = \max_{x \in [a, b]} \{|f(x) - g(x)|\}.$$