

Repetition og Perspektivering:

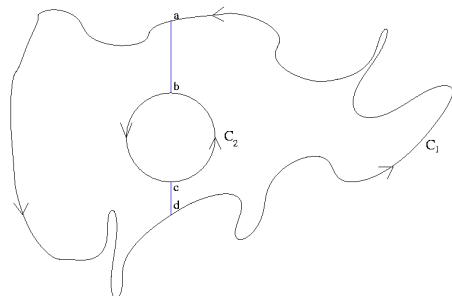
kl. 8:15 – 8:40 i lokale G5-112.
Kurveintegraler og stamfunktioner.
Cauchys integralsætning.
Bevis for Goursats lemma.

1. forelæsning:

kl. 8:50 – 9:25 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Cauchys integralsætning har mange vigtige konsekvenser: Først ser vi på funktioner som er holomorfe på nær i et **singulært** punkt. Så er integralet af funktionen over en cirkel omkring denne punkt uafhængigt af cirkelns radius – og man får endda samme resultat for andre rimelige simple kurver inden for pæne definitionsområder.



Specielt vises Cauchys integral**formel**, en sammenhæng mellem funktionsværdien $f(z_0)$ og integralet af funktionen $\frac{f(z)}{z-z_0}$ over en cirkel omkring det singulære punkt z_0 . Funktionsværdien i hvert punkt i det **indre** af en cirkel er bestemt ved funktionsværdierne **på cirklen!** Specielt er funktionsværdien i centrum en midelværdi for funktionsværdierne på cirklen.

¹Vink: Som sti fra 1 til $z = re^{i\varphi} \in \mathbf{C}^-$ kan man vælge en lineær sti på den reelle akse fra 1 til r efterfulgt af en cirkelbue som forbinder r og z .

Litteratur:

AJ Jensen, *A short introduction to complex analysis*, ch. 4, pp. 16 – 18.

Wikipedia Cauchy's integral formula

Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

AJ, ch. 4, pp. 19 Opgave 1 – 3.

- Gør rede for at $\mathbf{C}^- := \mathbf{C} \setminus \{t \in \mathbf{R} \mid t \leq 0\}$ er et stjerneformet område på hvilken funktionen $f(z) = \frac{1}{z}$ er holomorf.
- Beregn stamfunktionen (på $G!$)
$$F(z) = \int_{[1,z]} \frac{1}{w} dw.^1$$

2. forelæsning

kl. 11:25 – 12:00 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Cauchys integralformel har mange vigtige anvendelser; vi begynder med følgende:

1. Enhver holomorf funktion er analytisk – det modsatte indså vi allerede tidligere. I store træk: Integranden i integralformlen omskrives til en konvergent række, som integreres et led ad gangen.
2. Da en holomorf funktion er analytisk, er dens afledede analytisk og dermed igen holomorf. Argumentet kan bruges vilkårlig mange gange!

3. En kontinuert lokal integrabel funktion $f : G \rightarrow \mathbf{C}$ (som opfylder Moreras betingelse $\int_{\partial\Delta} f = 0$ for trekanter $\Delta \subset G$) har en (holomorf) stamfunktion og er derfor selv holomorf.

Litteratur:

AJ Jensen, *A short introduction to complex analysis*, ch. 5, pp. 19 – 20.

Wikipedia Morera's theorem

Næste gang:

Onsdag, den 14.4, kl. 8:15 – 12:00.

Flere anvendelser af Cauchys integralformel.

Rødder og deres orden.

AJ, ch. 5 – 6, pp. 21 – 24.