Repetition og Perspektivering:

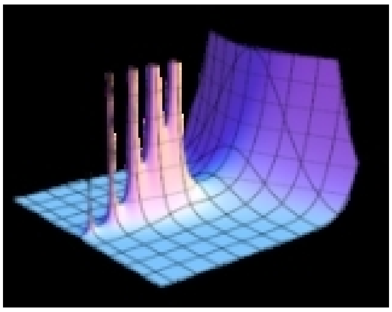
kl. 8:15 – 8:40 i lokale G5-112.
Liouvilles sætning. Algebraens fundamentalsætning. Rødder og deres orden. Stivhed af holomorfe funktioner.

1. forelæsning:

kl. 8:50 – 9:25 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Cauchys integralsætning indikerer at man også kan håndtere funktioner som ikke er holomorfe i isolerede punkter, bare de ikke opfører sig alt for galt i disse singulariteter. Vi bringer "orden i galskaben" af isolerede singulariteter ved at forsyne dem med en endelig orden i en pol eller ved at erklære dem for essentielle singulariteter, som f.eks. $f(z) = exp(\frac{1}{z})$ i 0.



En funktion som på et område G er holomorf undtagen i isolerede poler kaldes meromorf. Kvotienter af holomorfe funktioner er meromorfe. Det omvendte er også rigtig men mere kompliceret at vise, især hvis der er uendelig mange poler. Hertil bruger man Weierstrass produktsætning: Givet en isoleret delmængde $M \subset \mathbf{C}$ og til hvert punkt i mængden et naturligt tal. Så findes der en holomorf hel funktion g med rødder netop i M og med de givne tal som orden!

I en pol kan man udvikle en funktion i en Laurentrække (p. 26 øverst; som i en "Taylor-udvikling"; i poler tillades et endeligt antal negative eksponenter).

Litteratur:

AJ Jensen, *A short introduction to complex analysis*, ch. 6, pp. 25 – 26.

Wikipedia Meromorphic function, Weierstrass factorization theorem

Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:20 i grupperummene.

Opgaver:

AJ, ch. 5, pp. 22 – 23 Opgave 2[1], 3[2], 5.

- Vis at en hel funktion $f : \mathbf{C} \to \mathbf{C}$ som ikke er identisk 0, har højst tællelig mange rødder; Dette kan gøres i to trin: Funktionen
  1. har endelig mange rødder i $\bar{B}(0, n)$ for alle $n \in \mathbf{N}$.
  2. har højst tællelig mange rødder.

AJ, ch. 6, p. 27 Opgave 1 – 2.

2. forelæsning

kl. 11.25 – 12:00 i lokale G5-112.

Mål og indhold:

Beregner man integralet af en (negativ endelig) Laurentrække omkring en cirkel i udviklingspunktet a, så bliver resultatet (på nær en faktor $2\pi i$) netop koefficienten c_1 til leddet $c_1(z-a)^{-1}$; man kalder c_1 funktionens residuum i a.

[1] Vink: potensrække!
[2] Vink: invers funktions sætning!

RAUSSEN@MATH.AAU.DK 9940 8855 FREDRIK BAJERSVEJ 7G
WWW.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN - 9220 AALBORG ØST

Vi arbejder henimod at beskrive integralet af meromorfe funktioner over lukkede kurver ved hjælp af funktionens residuer i funktionens poler. Hertil får man brug for omløbstallet for en lukket kurve γ om et punkt $z_0 \notin \gamma^*$. Det defineres som $Ind_\gamma(z_0) = \frac{1}{2\pi i}\oint_\gamma \frac{1}{z-z_0}dz$ – af gode grunde!

Litteratur:

AJ Jensen, *A short introduction to complex analysis*, ch. 7, pp. 27 – 28.

Wikipedia Residue

Næste gang:

Onsdag, den 21.4., kl. 8:15 – 12:00.
Cauchys residuesætning.
Opgaver om meromorfe funktioner og residuer.

RAUSSEN@MATH.AAU.DK 9940 8855 FREDRIK BAJERSVEJ 7G
WWW.MATH.AAU.DK/~RAUSSEN - 9220 AALBORG ØST