

Længde og vinkelmåling på flader. Konforme og arealtro kort.

- Vinkel- og arealberegning vha. 1. fundamentalform
- 1. Fundamentalform for vinkelbevarende og arealbevarende projektioner.
- Målforshold ved konforme projektioner
- Konform cylinderprojektion.
- En arealtro cylinderprojektion
- Konform planprojektion. Den stereografiske planprojektion

Generelt. Første fundamentalform for hhv. kugle/ellipsoide og kortet giver beregning af vinkelforvanskning og arealforvanskning. Omvendt kan første fundamentalform bruges, når man konstruerer vinkelbevarende og arealbevarende kort.

Litteratur: Kortprojektioner Kapitel 7 og 8.

Hjemmeopgaver.

Opgaver.

- Hvorfor vil landinspektører have konforme kort?
- Archimedes' projektion:

$$f(\lambda, \varphi) = (\lambda, \sin \varphi)$$

er arealbevarende. Udregn koefficienterne til første fundamentalform og vis, at vinkler ikke er bevaret.

- Mercatorprojektion fra kuglen med radius 1 er givet ved

$$f(\lambda, \varphi) = (\lambda, \ln(\tan(\pi/4 + \varphi/2))).$$

Brug jeres udregning af koefficienterne til første fundamentalform fra eksamensopgave 1 til at vise, at projektionen *ikke* bevarer arealer.

- Udregn koefficienterne til første fundamentalform, $\tilde{E}$, $\tilde{F}$ og $\tilde{G}$ for stereografisk projektion $f(\lambda, \varphi) = (2 \cdot \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \cdot \cos \lambda, 2 \cdot \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \cdot \sin \lambda)$. Vis, at stereografisk projektion er konform.
- En parameterfremstilling for en rotationsellipsoide med halvakser a og b er givet ved

$$X(\varphi, \lambda) = (N \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda, N \cdot \cos \varphi \cdot \sin \lambda, N \cdot (1 - e^2) \cdot \sin \varphi).$$

Hvor

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

og

$$N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$$

Ved ihærdig differentiation fås

$$X_\lambda(\lambda, \varphi) = (-N \cos \varphi \sin \lambda, N \cos \varphi \cos \lambda, 0)$$

$$X_\varphi(\lambda, \varphi) = (-M \sin \varphi \cos \lambda, -M \sin \varphi \sin \lambda, M \cos \varphi)$$

Hvor

$$M = \frac{a^2 b^2}{(a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}$$

Bestem fladens 1. fundamentalform og en formel for arealet af den del af ellipsoiden, der ligger mellem breddegraderne/parallelterne ved φ_0 og φ_1 og mellem længdegraderne/meridianerne λ_0 og λ_1 . (Alt dette skal kun udtrykkes ved M , N , λ og φ , og I skal ikke forsøge at regne integralet ud i formen for arealet. I kan eksperimentere med det i Maple.) Hvordan ser formelen ud, hvis $a = b = R$? Her kan I regne integralet ud.

Løsninger

Opgave 2: $\tilde{E} = 1, \tilde{F} = 0, \tilde{G} = \cos^2 \varphi$

Opgave 4: $\tilde{E} = \frac{4 \cos^2 \varphi}{(1 + \sin \varphi)^2}, \tilde{F} = 0, \tilde{G} = \frac{4}{(1 + \sin \varphi)^2}.$

Opgave 5: $E = N^2 \cos^2 \varphi, F = 0, G = M^2$

Når $a = b$ er arealet $(\lambda_1 - \lambda_0)R^2(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0)$

Næste gang. Stereografisk projektion, Mercatorprojektion og Transversale Mercatorprojektioner. Litteratur: Kortprojektioner kapitel 8, Lisbeths noter om Mercatorprojektion og Transversal Mercatorprojektion, Mads Hvolbys note om UTM.

Balstrøm, Boddum og Jacobi: Bogen om GIS og Geodata. 3.2.1 og 3.2.2

Venlig hilsen

Lisbeth Fajstrup & Iver Ottosen