1.3

Et sammensat udsagn med variable $p_1, p_2, \dots, p_n$

(Sandhedstabellen har 2^n rækker)

kaldes

- en tautologi hvis der er T i alle rækker.
- en modstrid —"— F —"—
- satisfiable hvis der er mindst ét T.

EKS $p \wedge (q \to r)$

p	q	r	$q \to r$	$p \wedge (q \to r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	F	F
T	F	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	F
F	T	F	F	F
F	F	T	T	F
F	F	F	T	F

$p \wedge (q \to r)$ er satisfiable.

EKS $\neg(p \wedge q) \longleftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$ en tautologi

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	
T	T	T	F	F	F	F	T
T	F	F	T	F	T	T	T
F	T	F	T	T	F	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

DEF

p, q: sammensatte udsagn.

p og q siges at være logisk ækvivalente

skrives $p \equiv q$, hvis $p \leftrightarrow q$ er en tautologi

altså hvis p og q altid har samme sandhedsværdi

Fra EKS: $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ de Morgan

$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ de Morgan

Vigtige ækvivalenser:

$p \wedge q \equiv q \wedge p$ kommutativ lov

Distributiv lov

Tal: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

$a + (b \cdot c) \neq (a+b) \cdot (a+c)$

Logik $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Dobbelt negation $\quad \neg(\neg p) \equiv p$

Implikation $\quad p \to q \equiv \neg p \vee q$

p	q	$p \to q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$
T	T	T	F	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

Associative law

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$p \wedge q \wedge r$$

$$p \wedge (q \vee r) \not\equiv (p \wedge q) \vee r$$

$$\neg(p \wedge q \wedge r) \equiv \neg p \vee \neg q \vee \neg r$$

<u>EKS</u> Vis $p \to q \equiv \neg q \to \neg p$

$$p \to q \equiv \neg p \vee q$$

$$\neg q \to \neg p \equiv \neg(\neg q) \vee \neg p$$

$$\equiv q \vee \neg p$$ dobbelt negation

$\equiv \neg p \vee q$ kommutativ lov

EKS Antag vi har vist $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

Vis $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv \neg(\neg(p \wedge (q \vee r))) \quad \text{dobbelt negation}$$
$$\equiv \neg(\neg p \vee \neg(q \vee r)) \quad \text{de Morgan}$$
$$\equiv \neg(\neg p \vee (\neg q \wedge \neg r)) \quad \text{de Morgan}$$

$$\equiv \neg((\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg r))$$ distribution

$$\equiv \neg(\neg p \vee \neg q) \vee \neg(\neg p \vee \neg r)$$ de Morgan

$$\equiv (\neg\neg p \wedge \neg\neg q) \vee (\neg\neg p \wedge \neg\neg r)$$ de Morgan

$$\equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$ dobbelt negation

1.1 Alternative notation

T skrives 1

F skrives 0

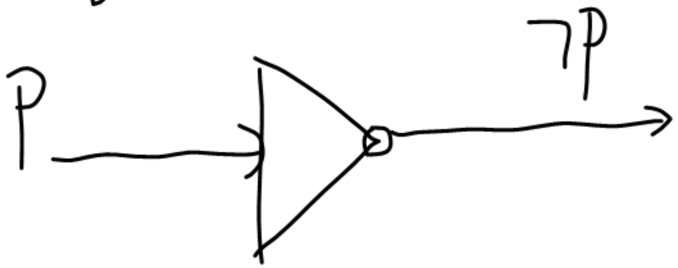
X	Y	$X \wedge Y$	$X \vee Y$	$X \oplus Y$
1	1	1	1	0
1	0	0	1	1
0	1	0	1	1
0	0	0	0	0

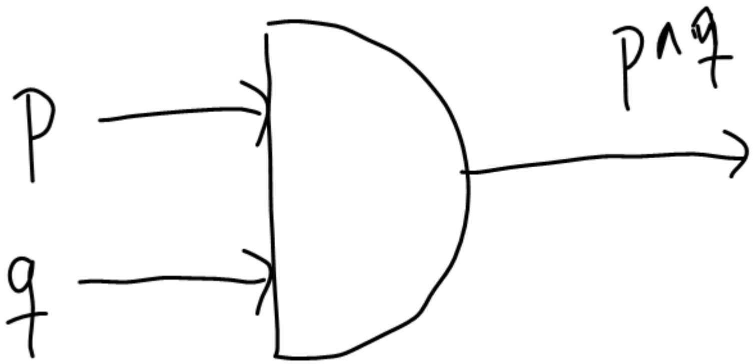
q

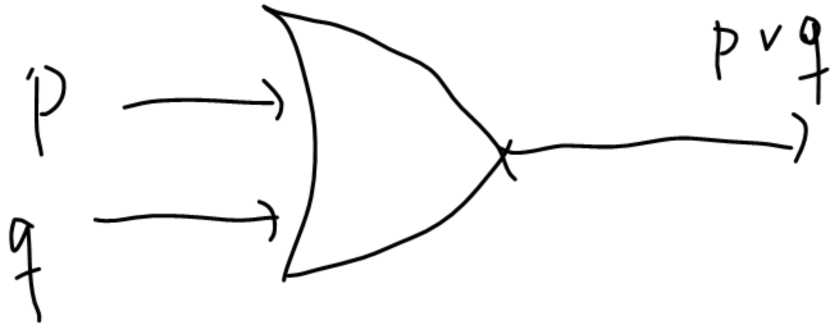
$\uparrow$

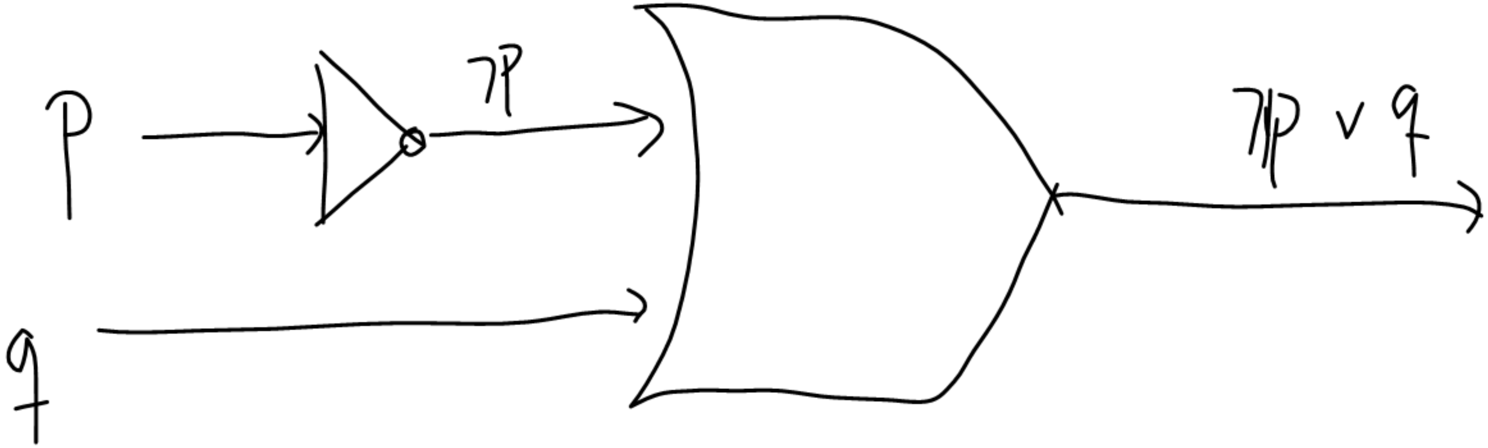
samme som $X \cdot Y$

1.2 Logiske kredsløb

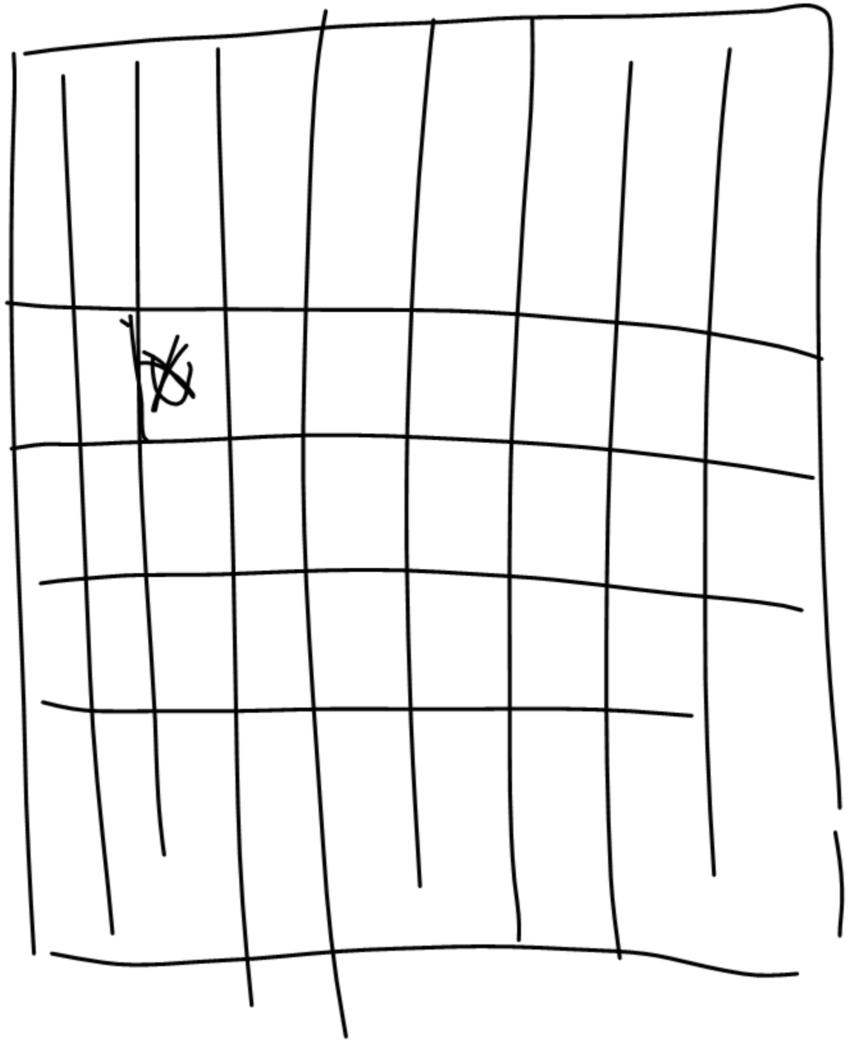





p
q
p ∨ q


p
q
¬p
¬p ∨ q

Sudoku



$p(i,j,n)$: der står n på plads (i,j)

$$p(2,3,1) \vee p(2,3,2) \vee p(2,3,3) \vee \cdots\cdots \vee p(2,3,9)$$