Lineær algebra - 2

En $m \times n$ matrix A består af mn tal skrevet i m rækker og n søjler.
a_{ij} er tallet der står i række i, søjle j.
$i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ og $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

En $m \times 1$ matrix er en (søjle-) vektor med m komponenter.
Indgang i i vektoren $\mathbf{v}$ betegnes ofte v_i.
Mængden af disse vektorer skrives $\mathbb{R}^m$.

En $1 \times n$ matrix er en rækkevektor med n komponenter.

Hvis A og B begge er $m \times n$ matricer så defineres summen af A og B ved:
$A + B$ er $m \times n$ matricen, hvor der i indgang (i, j) står $a_{ij} + b_{ij}$.

Hvis A er en $m \times n$ matrix og $c \in \mathbb{R}$ er en skalar (tal) så skalar multiplikation ved:
cA er $m \times n$ matricen hvor der i indgang (i, j) står ca_{ij}.

Hvis A er en $m \times n$ matrix så defineres den transponerede matrix ved:
A^T er $n \times m$ matricen hvor der i indgang (i, j) står a_{ji}.

Hvis $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_k$ er (søjle-) vektorer og $c_1, c_2, \ldots, c_k$ er skalarer så siger vi at udtrykket

$$c_1\mathbf{u}_1 + c_2\mathbf{u}_2 + \ldots + c_k\mathbf{u}_k$$

er en linear kombination af $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_k$.

Hvis $A = [\mathbf{a}_1 \; \mathbf{a}_2 \; \ldots \; \mathbf{a}_n]$ er en $m \times n$ matrix med søjler $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \ldots, \mathbf{a}_n$

og $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n$ så er $A\mathbf{v}$ vektoren

$$A\mathbf{v} = v_1\mathbf{a}_1 + v_2\mathbf{a}_2 + \ldots + v_n\mathbf{a}_k \in \mathbb{R}^m.$$

Alternativ beregning

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ * & * & * & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * \\ * \\ * \\ 70 \\ * \end{bmatrix}$$

$$70 = 5 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 4.$$

Identitetsmatricen (enhedsmatricen) I_n er $n \times n$ matricen med 1-taller på diagonalen og 0 udenfor diagonalen.

$$I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Hvis $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$ så er $I_n \mathbf{v} = \mathbf{v}$.

Søjlerne i $I_n = [\mathbf{e}_1\ \mathbf{e}_2 \ldots \mathbf{e}_n]$ kaldes standard vektorer.