Afsnit 1.1

En lineær ligning er en ligning på formen

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b,$$

hvor $a_,a_2,\ldots,a_n,b$ er reelle tal og $x_1,x_2,\ldots,x_n$ er ubekendte.

Et lineært ligningssystem består af et antal (m) lineære ligninger med de samme (n) ubekendte. En løsning $(c_1,c_2,\ldots,c_n)$ er et talsæt som opfylder at med $x_1 = c_1, x_2 = c_2, \ldots, x_n = c_n$ er alle m ligninger opfyldt. Hvis der findes mindst én løsning siges ligningssystemet at være konsistent; ellers er det inkonsistent.

Ligningssytemet

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots a_{1n}x_x &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots a_{2n}x_x &= b_2 \\
&\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots a_{mn}x_x &= b_m
\end{aligned}
$$

har koefficientmatrix

$$
\begin{bmatrix}
a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\
a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn}
\end{bmatrix}
$$

Ligningssytemet

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots a_{1n}x_x &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots a_{2n}x_x &= b_2 \\
&\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots a_{mn}x_x &= b_m
\end{aligned}
$$

har udvidet koefficientmatrix (totalmatrix)

$$
\begin{bmatrix}
a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\
a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m
\end{bmatrix}
$$

Operationer på lineære ligningssystemer, der ikke ændrer på mængden af løsninger:

1. ligning i erstattes af (ligning i) $+ k \cdot$ (ligning j), $i \neq j$
2. ombyt to ligninger
3. gang en ligning med konstant $k \neq 0$.

Elementære rækkeoperationer på matricer:

1. række i erstattes af (række i) $+ k \cdot$ (række j), $i \neq j$
2. ombyt to rækker
3. gang en række med en konstant $k \neq 0$.

To $m \times n$ matricer siges at være rækkeækvivalente hvis den ene kan fås fra den anden ved brug af et antal elementære rækkeoperationer.

To lineære ligningssystemer hvis udvidede koefficientmatricer er rækkeækvivalente har samme løsningsmængde.

En matrix er på trappeform hvis

1. 0-rækkene står nederst
2. en ledende indgang i en række står i en søjle til højre for den ledende indgang i rækken over
3. alle indgange i en søjle under en ledende indgang er 0.

En matrix på trappeform er på reduceret trappeform hvis

4. enhver ledende indgang er 1
5. alle indgange i en søjle over en ledende indgang er 0.