Computerstøttet beregning

Lektion 5. Repetition

Kim Knudsen
kim@math.auc.dk

http://www.math.auc.dk/∼matarne/04-csb

Department of Mathematical Sciences

Aalborg University

Denmark

Newtons metode

- Hurtig metode til at løse $f(x) = 0$
- Vi benytter (Taylor) appproksimationen udfra begyndelsesgæt x_0 (nær løsningen s)

$$f(x) \approx f(x_0) + (x - x_0) f'(x_0) = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}.$$

  Newton iteration er derfor givet ved

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

- Funktioniteration med

$$g(y) = y - \frac{f(y)}{f'(y)};$$

Egenskaber

- Kvadratisk konvergens: Hvis $e_n = x_n - s$ er

$$e_{n+1} = Ke_n^2.$$

- Grafisk illustration.
- **Sætning:** Lad f være to gange kontinuert differentiabel på $I = [a, b]$. Antag
  1. $f(a)f(b) \leq 0$;
  2. $f'(x) \neq 0$ for $x \in I$;
  3. f'' har fast fortegn i I;
  4. $\left|\frac{f(a)}{f'(a)}\right|, \left|\frac{f(b)}{f'(b)}\right| < b - a$.

  Da konvergerer Newton iterationen mod s for enhver begyndelsesværdi.