

**Kursusgang MS7, 6. december 2010, 08:15–12.00****Anbefalet program**

1. 08:15–12:00 i grupperum. Løs opgaverne fra listen nedenfor. Eventuelle resterende opgaver fra tidligere. Begynd eventuelt at repetere noterne.

**Opgaver**

1. Denne opgave vedrører anden ordens differensligninger.

- (a) Der er givet differensligningen

$$x(n+2) - x(n+1) - 6x(n) = 0.$$

Bestem den fuldstændige løsning til denne ligning.

- (b) Bestem en løsning til differensligningen

$$x(n+2) - x(n+1) - 6x(n) = -6n - 5. \quad (1)$$

- (c) Bestem den løsning til (1), der opfylder

$$x(0) = 1, \quad x(1) = -3.$$

- (d) Omskriv differensligningen (1) til et system af første ordens differensligninger.

- (e) Bestem den løsning til systemet, der har begyndelsesbetingelserne

$$x_1(0) = 0, \quad x_2(1) = 0.$$

2. Denne opgave vedrører anden ordens differensligninger.

- (a) Der er givet differensligningen

$$x(n+2) - 4x(n+1) + 4x(n) = 0.$$

Bestem den fuldstændige løsning til denne ligning.

- (b) Bestem en løsning til differensligningen

$$x(n+2) - 4x(n+1) + 4x(n) = n - 2. \quad (2)$$

- (c) Bestem den løsning til (2), der opfylder

$$x(0) = 0, \quad x(1) = 0.$$

- (d) Omskriv differensligningen (2) til et system af første ordens differensligninger.

- (e) Bestem den løsning til systemet, der har begyndelsesbetingelserne

$$x_1(0) = 0, \quad x_2(1) = 1.$$

3. Denne opgave vedrører anden ordens differensligninger.

- (a) Der er givet differensligningen

$$x(n+2) - \sqrt{2}x(n+1) + x(n) = 0.$$

Bestem den fuldstændige løsning til denne ligning.

- (b) Bestem en løsning til differensligningen

$$x(n+2) - \sqrt{2}x(n+1) + x(n) = 4 - 2\sqrt{2}. \quad (3)$$

- (c) Bestem den fuldstændige løsning til (3).

- (d) Omskriv differensligningen (3) til et system af første ordens differensligninger.

**Facitliste** Med forbehold for trykfejl! Bemærk, at I skal kunne regne sådanne opgaver uden hjælpemidler. De er typiske for eksamensopgaver i disse emner.

1. (a)  $x(n) = c_1(-2)^n + c_23^n$

(b)  $x_p(n) = n + 1$

(c)  $x(n) = (-2)^n - 3^n + n + 1$

(d)

$$\begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -6n - 5 \end{bmatrix}.$$

(e)

$$\begin{aligned} x_1(n) &= -\frac{1}{5}(-2)^n - \frac{4}{5}3^n + n + 1 \\ x_2(n) &= \frac{2}{5}(-2)^n - \frac{12}{5}3^n + n + 2 \end{aligned}$$

2. (a)  $x(n) = c_12^n + c_2n2^n$

(b)  $x_p(n) = n$

(c)  $x(n) = -\frac{1}{2}n2^n + n$

(d)

$$\begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ n - 2 \end{bmatrix}.$$

(e)

$$x_1(n) = n$$

$$x_2(n) = n + 1$$

3. (a)  $x(n) = c_1 \cos(n\pi/4) + c_2 \sin(n\pi/4)$

(b)  $x_p(n) = 2$

(c)  $x(n) = c_1 \cos(n\pi/4) + c_2 \sin(n\pi/4) + 2$

(d)

$$\begin{bmatrix} x_1(n+1) \\ x_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 - 2\sqrt{2} \end{bmatrix}.$$

Arne Jensen