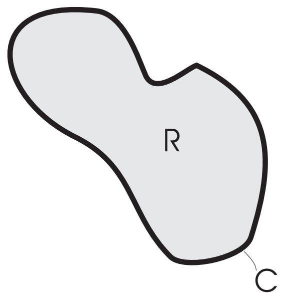
Optimeringsproblemer for funktioner af to variable

Vi betragter en funktion $z = f(x,y)$ med definitionsmængde R givet ved punkterne på og indenfor en simpel lukket kurve C.



Sætning 1. Hvis f er kontinuert på R, så har f både et globalt minimum og et globalt maksimum på R.

Sætning 2. Givet $z = f(x,y)$ defineret på R, med R som ovenfor. Hvis f har et lokalt ekstrema (dvs. min ell. max) i punktet $(a,b) \in R$, så er vi et et af følgende tilfælde:

(1) Punktet (a,b) ligger indenfor C og vi har

$$f_x(a,b) = 0 = f_y(a,b).$$

(2) Punktet (a,b) ligger indenfor C, men mindst en af de partielle afledede eksisterer *ikke* i (a,b).

(3) Punktet (a,b) ligger på C.

Procedure for at finde det globale min/max for den kontinuerte funktion $f(x,y)$ på R:

(1) Find samtlige kritiske punkter for f *indenfor* randkurven C, dvs. de punkter (a,b) hvor

$$f_x(a,b) = 0 = f_y(a,b),$$

eller hvor mindst en af de partielle afledede ikke eksisterer.

(2) Find ekstrema for f på randkurven C.

(3) Sammenlign funktionsværdierne fra (1) og (2).

Bemærk: Hvis randkurven C er parametriseret ved

$$x = u(t), \quad y = v(t), \qquad t \in I,$$

så svarer punkt (2) til at finde min/max for funktionen af én variabel:

$$g(t) = f(u(t), v(t))$$

på intervallet I.