19. december 2002/MN

Matematik 1A, hold 4

Matematisk regne- og fremlæggelsesteknik 1 (MR1)
3., 6. og 7. januar 2003

Tidsrum:

Fredag, d. 3/1–2003, kl. 8:15–16:15.
Mandag, d. 6/1–2003, kl. 8:15–16:15.
Tirsdag, d. 7/1–2003, kl. 8:15–12:00.

Formål:

At forberede både den praktiske og teoretiske del af prøveopgaverne 1-8 & A, samt at øve den mundtlige fremlæggelse som forberedelse til prøven i Matematik 1A. Denne prøve foregår efter følgende retningslinjer:

Prøven foregår gruppevis, men de studerende eksamineres individuelt. Til stede ved prøven er gruppen, læreren og en censor. Den enkelte studerende eksamineres i den prøveopgave med tilhørende teorispørgsmål, som vedkommende trækker. De studerende forventes at have forberedt en fremstilling af både prøveopgave og tilhørende teorispørgsmål. Prøvens omfang er maksimalt 20 minutter pr studerende i gruppen. Der gives "bestået/ikke bestået".

Materiale:

Prøveopgave 1-8 og Prøveopgave A. Medbring jeres besvarelser af disse opgaver (samt evt. E&P og HEJ).

Evaluering:

Hver gruppe afleverer deres besvarelse til prøveopgave 6, incl. en disposition til teorispørgsmålet. Bemærk, kun een besvarelse pr. gruppe. **Alle gruppemedlemmer, der deltagere i MR1, skriver deres navn tydeligt på besvarelsen.** Opgaven afleveres tirsdag d. 7. januar.

Facitliste:

På side 3 i dette dokument er en (ufuldstændig) facitliste til prøveopgaverne, samt en (vejledende) besvarelse af den sektorrelaterede opgave (Prøveopgave A). Alle figurer er udeladt i facitlisten.

Program for MR1:

Fredag, d. 3/1-2003.

- **8:15–9:00 (Aud 3):** Vi samles i Auditorium 3, gennemgår dagens program og snakker lidt om formålet med MR1.
- **9:00–12:00 (Grupperum):** Forsøg at få overblik over "status" af prøveopgaverne 1–4: mangler I at regne noget? Er der uklare punkter? Når den praktiske del af opgaverne er klaret, så overvej hvordan I vil præsentere materialet.
- **12:30–13:30 (Aud 3):** Jeg giver et (vejledende) eksempel på en disposition til et teorispørgsmål, og regner nogle få udvalgte praktiske opgaver.
- **13:30-16:15 (Grupperum):** I arbejder på dispositioner til fremlæggelse af prøveopgave 1–4, både teori og den praktiske del.

Mandag, d. 6/1-2003.

8:15–12:00 (Grupperum): Færdiggør prøveopgaverne 5–8 & A, og lav dispositioner til disse prøveopgaver.

12:30-13:30 (Aud 3): Vi samler op på dagens aktiviteter.

13:30-16:15 (grupperum): **Formuleringsøvelse:** I øver at fremlægge prøveopgaverne ved tavlen. **Alle** gruppemedlemmer bør deltager, og I fremlægger jeres forslag for hinanden, en hjælpelærer eller mig.

Tirsdag, d. 7/1-2003.

8:15–9:15 (Aud 3): Jeg samler op på "kurset".

9:15-12:00 (Grupperum): Fortsæt formuleringsøvelserne. Det er vigtigt at komme igennem alle opgaver og teorispørgsmål. Sørg for at aflevere jeres gruppeopgave.

Med venlig hilsen
Morten Nielsen

Facitliste til MR1, Hold 4

Prøveopgave 1: **A:** $r = 3$ eller generelt $r = r$.
B: $x^2 + y^2 - 6x = 0$, $x^2 + y^2 - 2ax = 0$, $r = 2a\cos(\theta)$.
C: $\left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$, $\left(\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$, $(0,0)$.

Prøveopgave 2: **1:** a) $\mathbf{r}'(t) = \left\langle 2t, \frac{1-2t^2}{\sqrt{1-t^2}}, \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \right\rangle$, $|\mathbf{r}'(t)| = \sqrt{\frac{2}{1-t^2}}$, b) $\sqrt{2}\pi$.
2: $(e^\pi - 1)\mathbf{i} + \frac{\pi^3}{3}\mathbf{k}$.

Prøveopgave 3: **a:** $z = 12x + 8y + 16$.
b: $(0,0), (-3/2, \sqrt{3/2}), (-3/2, -\sqrt{3/2})$.
d: 606 og 10.

Prøveopgave 4: **a:** $\nabla F(0,0,0) = \langle 0, 2, 2\rangle$.
b: $D_{\mathbf{u}}F(P) = 2/3$.
c: $f(0,0) = 0$, $f_x(0,0) = 0$ og $f_y(0,0) = -1$.

Prøveopgave 5: **a:** $9/2$.
b: $15/2 - 4\ln(4)$.

Prøveopgave 6: **1:** $\pi - 2$.
2: $m = 7$, $\langle \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}\rangle = \left\langle \frac{2}{21}, \frac{13}{35}, \frac{15}{14} \right\rangle$.

Prøveopgave 7: **a:** $p(2i) = 0$ (hvilket vises ved direkte udregning).
b: $p(z) = (z^2 + 4)(z^2 - 2z + 2)$.
c: $2i, -2i, 1 + i, 1 - i$.

Prøveopgave 8: **1:** a) $c_1 e^{2t} + c_2 t e^{2t}$, hvor c_1 og c_2 er vilkårlige reelle konstanter. b) $\varphi(t) = -e^{2t} + 4te^{2t}$.
2: a) Ae^{2t} og Bte^{2t} er løsninger til den *homogene* ligning. b) $A = 1/2$.

Prøveopgave A (Landinspektør).
1a) Vi har arealet $A = \frac{1}{2}ab\sin(\theta)$, og differentialet

$$dA = \frac{\partial A}{\partial a}da + \frac{\partial A}{\partial b}db + \frac{\partial A}{\partial \theta}d\theta = \frac{1}{2}b\sin(\theta)da + \frac{1}{2}a\sin(\theta)db + \frac{1}{2}ab\cos(\theta)d\theta.$$

1b) Vi har

$$\Delta A \approx dA = \frac{1}{2}50\sin(0.27\pi)\pm0.1 + \frac{1}{2}30\sin(0.27\pi)\pm0.1 + \frac{1}{2}30\cdot50\cos(0.27\pi)\pm0.005 = \pm5.48\,[m^2].$$

1c) Tilsvarende har vi:

$$\Delta A \approx dA = \frac{1}{2}50\sin(0.27\pi)\pm0.1 + \frac{1}{2}30\sin(0.27\pi)\pm0.1 + \frac{1}{2}30\cdot50\cos(0.27\pi)\pm0.015 = \pm10.44\,[m^2].$$

Vi ser, at det “koster” meget i usikkerhed at have stor usikkerhed på vinkelbestemmelsen pga. af leddet $\frac{1}{2}ab\cos(\theta)d\theta$ i differentialet.

1. Vi har $A = ab$, så $dA = b \cdot da + a \cdot db$. Det følger, at $dA = 40da + 30db$ og med antagelsen $da = db$ får vi uligheden $-1 \leq 70da \leq 1$. Usikkerheden da må derfor maksimalt være $da = \pm\frac{1}{70}\,[m]$. (ca. ±1.43 cm!).

Prøveopgave A (Byggeri og Anlæg).
1a) Vi finder løsningen ved integration (glem mit vink!)

$$y(x) = \int \int \int \int \frac{d^4y}{dx^4}\,dx\,dx\,dx\,dx = \int \int \int \int 0\,dx\,dx\,dx\,dx = c_1x^3 + c_2x^2 + c_3x + c_4,$$

hvor c_1, c_2, c_3 og c_4 er vilkårlige reelle konstanter. (Bemærk: direkte integration virker kun i tilfælde, som her, hvor $\frac{d^4y}{dx^4}$ udelukkende er en funktion af x).

1b) Ved direkte udregning får vi $\frac{d^4}{dx^4}(\beta x^4) = 24\beta$. Ligningen $\frac{d^4}{dx^4}(\beta x^4) = q_0$ har derfor løsningen $\beta = \frac{q_0}{24}$.

1c) Den fuldstændige løsning til $(\star)$:

$$y(x) = \frac{q_0}{24}x^4 + c_1x^3 + c_2x^2 + c_3x + c_4,$$

hvor c_1, c_2, c_3 og c_4 er vilkårlige reelle konstanter.

2. Vi ved fra 1c), at den eneste kandidat er $\eta = \frac{q_0}{24}$ (ellers er $\varphi(x)$ simpelthen ikke en løsning til $(\star)$). Vi ser, ved direkte indsættelse, at

$$\varphi(x) = \frac{q_0}{24}x^4 - \frac{Lq_0}{12}x^3 + \frac{L^3q_0}{24}x \Rightarrow \varphi''(x) = \frac{q_0}{2}x^2 - \frac{Lq_0}{2}x,$$

opfylder $\varphi(0) = 0 = \varphi(L)$ og $\varphi''(0) = 0 = \varphi''(L)$.