

Matematisk modellering og numeriske metoder

Vink til opgaverne relateret til lektion 11

Morten Grud Rasmussen

October 28, 2013

Afsnit 12.4

Opgave 5

- Denne opgave er i modsætning til den næste lige ud ad landevejen.

Opgave 19

- Denne opgave er (urimeligt?) svær, men jeg antager, at I har masser af uløste opgaver fra tidligere lektioner, så I burde ikke komme til at kede jer, selvom denne opgave skulle vise sig udenfor rækkevidde.
- Forsøg med produktmetoden. Antag, at løsningen har formen $u(x, t) = F(x)G(t)$. I har allerede i lektion 10 set, at dette fører til

$$F(x) = F_n(x) = a \cos(p_n x) + b \sin(p_n x) \quad \text{og} \quad G(t) = G_n(t) = b_n \cos(cp_n t) + a_n \sin(cp_n t)$$

for passende valg af p .

- Brug nu randbetingelserne til at få $a = 0$ og $p_n = \frac{(2n+1)\pi}{2L}$ (den ene hhv. den anden randbetingelse skal i sving).
- Brug nu (den ene af) begyndelsesbetingelserne til først at vise, at $a_n = 0$.
- Tag nu og sæt $u_n(x, t) = F_n(x)G_n(t)$ og lad $u = \sum_n u_n$. Brug den anden af begyndelsesbetingelserne til at vise, at $A_n = b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin(p_n x) dx$.