

Matematisk modellering og numeriske metoder

Opgaver til Lektion 16

Morten Grud Rasmussen

6. november 2014

Opgave 1

[Bogens opgave 19.3.3]

Find andengradspolynomiet p_2 gennem punkterne $(1.00, 1.000)$, $(1.02, 0.9888)$ og $(1.04, 0.9784)$ vha. Lagrange-interpolation. Beregn herefter $p_2(1.01)$ og $p_2(1.03)$.

Opgave 2

[Bogens opgave 19.3.5]

Alle nedenstående interpolationspolynomier skal findes vha. Lagrange-interpolation.

1. Find en approksimation af $e^{-0.25}$ vha. førstegradsinterpolationspolynomiet p_1 givet ved de to punkter $(0.0, e^{-0.0})$ og $(0.5, e^{-0.5})$ (altså førstegradsinterpolationspolynomiet af funktionen $x \mapsto e^{-x}$ i punkterne $x_0 = 0.0$ og $x_1 = 0.5$).
2. Find en approksimation af $e^{-0.75}$ vha. førstegradsinterpolationspolynomiet \tilde{p}_1 givet ved de to punkter $(0.5, e^{-0.5})$ og $(1.0, e^{-1.0})$ (altså førstegradsinterpolationspolynomiet af funktionen $x \mapsto e^{-x}$ i punkterne $x_0 = 0.5$ og $x_1 = 1.0$).
3. Find nu approksimationer af $e^{-0.25}$ og $e^{-0.75}$ vha. andengradsinterpolationspolynomiet af $x \mapsto e^{-x}$ i punkterne $x_0 = 0.0$, $x_1 = 0.5$ og $x_2 = 1.0$.
4. Estimér fejlen på resultaterne ved at sammenligne de forskellige resultater.

Opgave 3

[Bogens opgave 19.3.7]

Find et interpolationspolynomium p_2 af punkterne $(0.25, 0.27633)$, $(0.50, 0.52050)$ og $(1.0, 0.84270)$ vha. Lagrange-interpolation. Disse punkter er taget fra den såkaldte *fejlfunction*, hvis værdi i 0.75 er med fem betydende cifre 0.71116. Hvad er $p_2(0.75)$?

Opgave 4

[Bogens opgave 19.3.9]

Udregn funktionerne L_0 , L_1 , L_2 og L_3 fra Lagrange-interpolationsmetoden når $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ og $x_3 = 3$. Skitsér funktionerne på samme koordinatsystem. Find Lagrange-interpolationspolynomiet p_3 for datapunkterne $(0, 1.000000)$, $(1, 0.765198)$, $(2, 0.223891)$ og $(3, -0.260052)$. Disse datapunkter stammer fra den såkaldte Besselfunktion J_0 . Estimér $J_0(0.5)$, $J_0(1.5)$ og $J_0(2.5)$. De korrekte værdier er med seks betydende cifre 0.938470 , 0.511828 og -0.0483838 , hhv.

Opgave 5

Løs sidstnævnte opgave vha. Newtons *forward difference*-metode.

Opgave 6

Løs efter eget valg nogle af ovenstående opgaver vha. Newtons divideret differens-metode i stedet for Lagrange-interpolation.