

# Matematisk modellering og numeriske metoder

## Opgaver til Lektion 4

Morten Grud Rasmussen

12. september 2014

### Opgave 1

[Bogens opgave 2.1.12]

Et ideelt kabel, som er fikseret i to punkter, vil under påvirkning af tyngdekraften danne en såkaldt *kædelinje*, som er grafen for løsningen til ODE'en  $y''(x) = k\sqrt{1 + y'(x)^2}$ . Løs ODE'en i tilfældet  $k = 1$  og  $y(-1) = y(1) = 0$  (altså  $(-1, 0)$  og  $(1, 0)$  er de to fikspunkter).

### Opgave 2

[Bogens opgave 2.1.15]

Vis, at  $x \mapsto \cos(2.5x)$  og  $x \mapsto \sin(2.5x)$  er lineært uafhængige funktioner, og at de begge er løsninger til

$$4y''(x) + 25y(x) = 0.$$

Løs ODE'en med begyndelsesbetingelserne  $y(0) = 3.0$  og  $y'(0) = -2.5$ .

### Opgave 3

[Bogens opgave 2.2.1]

Løs ODE'en

$$y''(x) - 25y(x) = 0.$$

### Opgave 4

[Bogens opgave 2.2.17]

Find  $a$  og  $b$  så  $x \mapsto e^{-\sqrt{5}x}$  og  $x \mapsto xe^{-\sqrt{5}x}$  udgør en basis for løsningsrummet til

$$y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0.$$

## Opgave 5

[Bogens opgave 2.2.23]

Løs IVP'et

$$y''(x) + y'(x) - 6y(x) = 0, \quad y(0) = 10, \quad y'(0) = 0.$$

## Opgave 6

[Bogens opgave 2.2.37]

Løs

$$y''(x) - y(x) = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1,$$

og derefter

$$y''(x) - y(x) = 0, \quad y(0) = 1.001, \quad y'(0) = -0.999.$$

Forklar, hvorfor der er så stor forskel på opførslen af de to løsninger.