

Matematisk modellering og numeriske metoder

Opgaver til Lektion 8

Morten Grud Rasmussen

25. september 2014

Opgave 1

[Bogens opgave 11.1.1]

Find fundamentalperioden for følgende funktioner:

1. $x \mapsto \cos(x)$
2. $x \mapsto \sin(x)$
3. $x \mapsto \cos(2x)$
4. $x \mapsto \sin(2x)$
5. $x \mapsto \cos(\pi x)$
6. $x \mapsto \sin(\pi x)$
7. $x \mapsto \cos(2\pi x)$
8. $x \mapsto \sin(2\pi x)$

Opgave 2

[Bogens opgave 11.1.11]

Genopfrisk integrationsteknikker fra Calculus. Disse skal bruges til at udregne Fourierkoefficienter. Du skal altså kunne integrere funktioner som $x \mapsto x \cos(nx)$, $x \mapsto x^2 \sin(nx)$ og $x \mapsto e^{-2x} \cos(nx)$.

Opgave 3

[Bogens opgaver 11.1.9 og 11.1.13]

Udvid funktionen f givet ved

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{for } -\pi < x < 0 \\ \pi - x & \text{for } 0 < x < \pi \end{cases}$$

til en 2π -periodisk funktion. Skitsér grafen for f . Udregn herefter f 's Fourierkoefficienter. Skitsér partialsummen for f med alle led op til $\cos(5x)$ og $\sin(5x)$.

Opgave 4

[Bogens opgave 11.1.17]

Find Fourierrækken for den 2π -periodiske funktion f givet ved

$$f(x) = \begin{cases} x + \pi & \text{for } -\pi < x < 0 \\ -x + \pi & \text{for } 0 < x < \pi \end{cases},$$

og skitsér grafen for de første partialsummer af f 's Fourierrække. Gentag succesen med 2π -periodiske g givet ved

$$g(x) = \begin{cases} x - \pi & \text{for } -\pi < x < 0 \\ x + \pi & \text{for } 0 < x < \pi \end{cases}.$$

Find værdien af g 's Fourierrække i punktet 0 ved først at indsætte 0 i Fourierrækken, dernæst ved at bruge Lektion 8-noternes Sætning 1.7.