Opgave 81

Dette er et løsningsforslag til Opgave 81, fra 1. kursusgang i *Analyse* 1 d. 3/9 2015. Løsningsforslaget er lavet af gruppe G3-113.

Opgaveformulering: Lad $r, s \in \mathbb{R}$. Vis, at

$$s \leq r + |s - r|.$$

Vis også, at

$$s \geq r - |s - r|.$$

Illustrer begge uligheder med en figur af en tallinje.

Løsningsforslag: Begge uligheder bevises med et modstridsbevis. Først bevises den første ulighed. Antag, at

$$s > r + |s - r|.$$

Lægges $-r$ til begge sidder af ulighedstegnet fås

$$s - r > |s - r|.$$

Her ses modstriden, da $s - r$ aldrig kan være større end sin numeriske værdi, kun mindre end eller lig med. Anden ulighed bevises efter samme princip. Antag, at

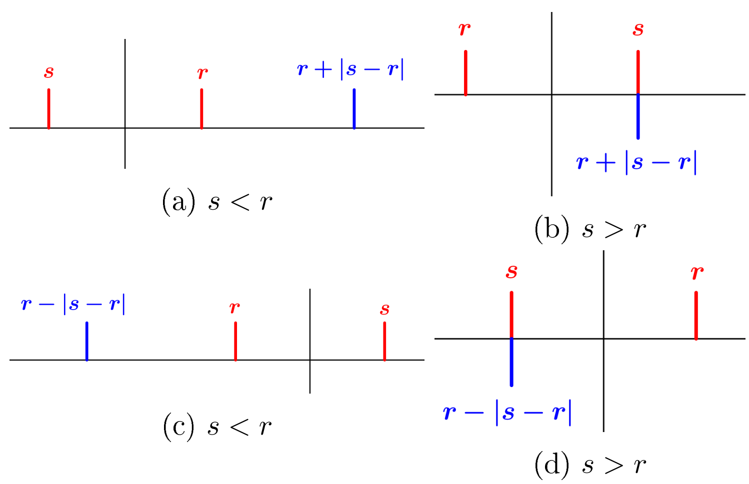
$$s < r - |s - r|.$$

Trækkes r fra på begge sidder af ulighedstegnet fås

$$s - r < -|s - r|.$$

Her ses modstriden, da $s - r$ aldrig kan være mindre end $-|s - r|$, kun større end. Hermed er begge uligheder bevist ved modstrid. Hvorfor?
På figur 1 ses fire illustrationer af de to uligheder på en tallinje, der er centret omkring 0. Det har ingen betydning, at tallinje er centret omkring nul, da r og s kan flyttes et andet sted hen på linjen, ~~ved at gange dem med samme skalar~~. Det har derimod betydning for udfaldet af udlighederne om r er større end, lig med eller mindre end s.

- $s < r \Rightarrow s < r + |s - r|$ (Se figur 1a).
- $s \geq r \Rightarrow s = r + |s - r|$ (Se figur 1b).
- $s \leq r \Rightarrow s = r - |s - r|$ (Se figur 1c).
- $s > r \Rightarrow s > r - |s - r|$ (Se figur 1d).



(a) $s < r$ (b) $s > r$ (c) $s < r$ (d) $s > r$

Figur 1: Illustrationer med tallinjer