Lektion 3
Opgave 1.2

Tjek følgende ODE'er for eksakthed. Hvis de er eksakte, så løs dem med det samme. Hvis de ikke er eksakte, så find først en integrerende faktor og løs herefter.

$$\boldsymbol{x^3 + y(x)^3 \cdot y'(x) = 0}$$

$$x^3 + y(x)^3 \left(\frac{d}{dx} y(x)\right) = 0 \tag{1}$$

(1) Ved brug af eksempel side 3

$M := x^3$

$N := y^3$

(2) Der tjekkes for eksakthed ved partiel differensering

$\frac{\partial}{\partial y} M$

$$0 \tag{2}$$

$\frac{\partial}{\partial x} N$

$$0 \tag{3}$$

Den er eksakt

(3) u findes

$u(x, y) = \int_0^x x^3 \, dx + k$

$$u(x, y) = \frac{1}{4} x^4 + k \tag{4}$$

(4) k' findes ved
$k' = y^3 + 0$

$$\frac{d}{dx} k(x) = y^3 \tag{5}$$

(5) Derefter fndes k(y) ved integration
$k = \int_0^{y1} y^3 \, dy + k0$

$$k = \frac{1}{4} y1^4 + k0 \tag{6}$$

(6) Ligningen løses

$$c = u(x, y) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{4}y^4 + k0$$

$=$

$$\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{4}y^4 = c\,\sim$$

$=$

$$x^4 + y^4 = 4\,c\sim$$

$=$

$$y^4 = -x^4 + 4\,c\sim$$

$=$

$$y = \pm\sqrt[4]{-x^4 + 4\,c\sim}$$

$=$

$$y = \pm\left(-x^4 + 4\,c\sim\right)^{\frac{1}{4}}$$