

Lektion 3 - Opgave 3.3

Tjek følgende ODE'er for eksakthed. Hvis de er eksakte, så løs dem med det samme. Hvis de ikke er eksakte så find først en integrerende faktor og løs herefter:

$$\sin(x) \cdot \cos(y(x)) + \cos(x) \cdot \sin(y(x)) \cdot y'(x) = 0$$

1. Definerer M og N:

$$M(x) = \sin(x) \cdot \cos(y) \quad N(x) = \cos(x) \cdot \sin(y)$$

2. Differentier M og N for at tjekke for eksakthed:

$$\frac{\partial M}{\partial y} = -\sin(x) \cdot \sin(y)$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = -\sin(x) \cdot \sin(y)$$

Dvs. at M og N er eksakte.

3. Finder udtrykket "u(x,y)":

$$u(x, y) = \int^x M(x) dx + k = \int^x \sin(x) \cdot \cos(y) dx + k = -\cos(x) \cdot \cos(y) + k$$

4. Bestemmer k':

$$k' = N - \int \frac{\partial M}{\partial y} dx = \cos(x) \cdot \sin(y) - \cos(x) \cdot \sin(y) = 0$$

5. Bestemmer k:

$$k = \int^y k' = 0$$

6. Bestemmer udtrykket for y hvor k = 0:

$$u(x, y) = c = -\cos(x) \cdot \cos(y) + 0 \Leftrightarrow$$

$$\cos(y) = \frac{-c}{\cos(x)} \Leftrightarrow$$

$$\cos^{-1}(\cos(y)) = \cos^{-1}\left(\frac{-c}{\cos(x)}\right) \Leftrightarrow$$

$$y = \cos^{-1}\left(\frac{-c}{\cos(x)}\right)$$