

Opgave. 5:

Løs IVP'et

$$y''_{(x)} + y'_{(x)} - 6y_{(x)} = 0$$

$$y_{(0)} = 10$$

$$y'_{(0)} = 0$$

1. *som karakterligning*

$$\lambda^2 + \lambda - 6 = 0$$

2. *find diskriminanten*

$$\begin{aligned} d &= a^2 - 4b \\ &= 1^2 - 4 \cdot (-6) \\ &= 1 - (-24) \\ &= \underline{25} \end{aligned}$$

3. *find „doppelrod“*

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{-a \pm \sqrt{d}}{2} \\ &= \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-1 \pm 5}{2} \end{aligned}$$

$$\lambda_1 = \underline{2} \quad \lambda_2 = \underline{-3}$$

4. *den generelle løsning*

$$y_{(x)} = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-3x}$$

*afledte til den generelle løsning*

$$y'_{(x)} = 2c_1 e^{2x} - 3c_2 e^{-3x}$$

5. *med begyndelse bestemmelser*

$$y_{(0)} = c_1 e^{2 \cdot 0} + c_2 e^{-3 \cdot 0} = 10$$

$$10 = c_1 \cdot 1 + c_2 \cdot 1$$

$$10 = c_1 + c_2$$

$$y'_{(0)} = 2c_1 e^{2 \cdot 0} - 3c_2 e^{-3 \cdot 0} = 0$$

$$0 = 2c_1 \cdot 1 - 3c_2 \cdot 1$$

$$0 = 2c_1 - 3c_2$$

6. *Løs 2 ligninger med 2 ubekendte*

$$10 = c_1 + c_2$$

$$c_1 = 10 - c_2$$

$$\longrightarrow \text{indsæt} \longrightarrow 0 = 2(10 - c_2) - 3c_2$$

$$0 = 20 - 2c_2 - 3c_2$$

$$0 = 20 - 5c_2$$

$$5c_2 = 20$$

$$c_1 = 10 - 4$$

$$\longleftarrow \text{indsæt} \longleftarrow c_2 = \underline{4}$$

$$c_1 = \underline{6}$$

7. *Løsning med fundet konstanter*

$$y_{(x)} = \underline{6 \cdot e^{2x} + 4 \cdot e^{-3x}}$$