

# Matematisk modellering og numeriske metoder

## Opgaver til Lektion 15

Morten Grud Rasmussen

11. november 2015

### Opgave 1

[Bogens opgaver 19.5.1 og 19.5.2]

Brug midtpunktsreglen på  $\int_0^1 e^{-x^2} dx$  med  $n = 10$  inddelinger. Kald resultatet  $J_{10}^m$  ( $m$  for midtpunktsregel) og sammenlign med  $J_{10}^t$  fra Eksempel 1.1 i noterne.

Udled formler for en nedre og en øvre grænse for midtpunktsreglen (vink: midtpunktsreglen approksimerer med nultegradspolynomier – kan du vurdere integranten nedefra og oppefra med nultegradspolynomier?). Benyt formlen på det konkrete integral ovenfor.

### Opgave 2

[Bogens opgaver 19.5.7 og 19.5.8]

Brug trapezreglen og Simpsons regel på  $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$  med  $n = 4$  og  $n = 8$  inddelinger. Estimér fejlen på sidstnævnte.

### Opgave 3

[Bogens opgave 19.5.11]

Anvend Gauss-kvadratur på  $\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \cos(x) dx$  med  $n = 5$ .

### Opgave 4

[Bogens opgave 19.5.14]

Antag, at  $f$  givet ved  $f(x) = x^4$  kun kendes i punkterne  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 0.2$ ,  $x_2 = 0.4$ ,  $x_3 = 0.6$  og  $x_4 = 0.8$ . Anvend numerisk differentiation til at finde (en approksimation af)  $f'(x_2)$  på fire forskellige måder (udfra hhv.  $f(x_2)$ ,  $f(x_3)$  og  $f(x_4)$ , udfra  $f(x_1)$  og  $f(x_3)$ , udfra  $f(x_0)$ ,  $f(x_1)$  og  $f(x_2)$  samt udfra  $f(x_0)$ ,  $f(x_1)$ ,  $f(x_3)$  og  $f(x_4)$ ). Find  $f'(x_2)$  analytisk og sammenlign med de numeriske resultater. Kan du forklare resultaterne?