

Matematisk modellering og numeriske metoder

Opgaver til Lektion 16

Morten Grud Rasmussen

16. november 2015

Opgave 1

[Bogens opgave 21.1.1]

Anvend Eulers metode på

$$y' + 0.2y = 0, \quad y(0) = 5,$$

med skridtlængde $h = 0.2$ og 10 skridt. Løs også ODE'en analytisk og sammenlign med den numeriske løsning.

Opgave 2

[Bogens opgave 21.1.7 og 21.1.11]

Anvend Heuns metode på

$$y'(x) - xy(x)^2 = 0, \quad y(0) = 1,$$

med skridtlængde $h = 0.1$ og 10 skridt. Løs også ODE'en analytisk og sammenlign med den numeriske løsning. Anvend nu RK4 på ODE'en med skridtlængde $h = 0.1$ og 10 skridt, samt med skridtlængde $h = 0.2$ og 5 skridt. Benyt de to forskellige RK4-løsninger til at estimere fejlen på den med skridtlængde $h = 0.1$. Sammenlign med den rigtige fejl.

Opgave 3

[Bogens opgave 21.1.19(a)]

Anvendt Eulers metode, Heuns metode og RK4 på

$$y'(x) = (y - 0.01x^2)^2 \sin(x^2) + 0.02x, \quad y(0) = 0.4,$$

med skridtlængde $h = 0.2$ og 25 skridt (dvs. op til $x = 5.0$). Den eksakte værdi med seks betydende cifre i $x = 1$, $x = 3$ og $x = 5$ er

$$y(1) = 0.466677, \quad y(3) = 0.669227 \quad \text{og} \quad y(5) = 0.757078.$$

Sammenlign med de numeriske resultater.