

Matematisk modellering og numeriske metoder

Opgaver til Lektion 20

Morten Grud Rasmussen

23. november 2015

Opgave 1

[Bogens opgaver 21.4.13 og 21.4.15]

Betragt kvadratet med sidelængde 4, $0 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq 4$. Antag, at temperaturen er 0°C langs øverste og nederste kant, mens temperaturen er 50°C langs venstre og højre kant. Find temperaturen i de indre punkter, hvor du benytter et maskestørrelse med $h = 1$.

Løs samme opgave men med randbetingelserne $\sin(\frac{1}{4}\pi x)$ for $y = 0$ og $y = 4$, og $-\sin(\frac{1}{4}\pi y)$ for $x = 0$ og $x = 4$.

Opgave 2

[Bogens opgave 21.5.4]

Find ved hjælp af metoderne fra lektionen en numerisk løsning til Laplace-ligningen på rektanglet $0 \leq x \leq 1.5$, $0 \leq y \leq 1$ med $h = 0.5$ og de blandede randbetingelser $u_x = 0$ for $x = 0$, $u_x = 3$ for $x = 1.5$, $u = x^2$ for $y = 0$ og $u = x^2 - 1$ for $y = 1$.

Opgave 3

[Bogens opgave 21.5.16]

Find vha. metoderne fra lektionen en numerisk løsning med gitterstørrelse $h = 1$ til Poisson-ligningen $\nabla^2 u = 2$ i firkanten, som er givet ved de fire linjer $x = 0$, $y = 0$, $y = 3 - \frac{1}{2}x$ og $x = 3$, med randbetingelser $u = y^2 - 3y$ for $x = 0$, $u = 0$ for $y = 0$, $u = 0$ for $y = 3 - \frac{1}{2}x$ og $u = y^2 - 1.5y$ for $x = 3$.