

Matematisk modellering og numeriske metoder

Opgaver til Lektion 3

Morten Grud Rasmussen

16. september 2014

Opgave 1

[Bogens opgaver 1.4.1, 1.4.2 og 1.4.3]

Tjek følgende ODE'er for eksakthed. Hvis de er eksakte, så løs dem med det samme. Hvis de ikke er eksakte, så find først en integrerende faktor og løs herefter.

1. $2xy(x) + x^2y'(x) = 0$
2. $x^3 + y(x)^3y'(x) = 0$
3. $\sin(x) \cos(y(x)) + \cos(x) \sin(y(x))y'(x) = 0$

Opgave 2

[Bogens opgaver 1.5.5 og 1.5.9]

Find generelle løsninger til følgende ODE'er.

1. $y'(x) + ky(x) = e^{-kx}$
2. $y'(x) + y(x) \sin(x) = e^{\cos(x)}$

Find endvidere en partikulær løsning til ODE nr. 2, som opfylder, at $y(0) = -2.5$.

Opgave 3

[Bogens opgave 1.5.39]

I denne opgave skal du først finde en ODE, som beskriver størrelsen $y(t)$ af en population til tiden t , hvor dødsraten er proportional med populationsstørrelsen mens fødselsraten er proportional med $y(t)^2$ (altså proportional med sandsynligheden for at møde en mage). Brug derefter ODE'en til – uden at løse den – forudsige skæbnen for hhv. små og store populationer. Er der nogle konstante løsninger (altså en stabil populationsstørrelse)? Løs til sidst ODE'en.