Analyse - opgave 115

Gruppe 5 og 8

Oktober 2016

Opgavebeskrivelse

Bevis for Sætning 4.25
Bevis, at enhver voksende og ubegrænset reel talfølge divergerer mod $+\infty$.

Sætning 4.25:
En monoton og ubegrænset reel talfølge divergerer mod $+\infty$, hvis den er voksende, og mod $-\infty$, hvis den er aftagende.

Bevis

I sætningen er det givet, at $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ er en voksende talfølge, der ikke har nogen øvre grænse. For $M \in \mathbb{R}$ gælder derfor følgende:

$$\exists N \in \mathbb{N} : a_N > M$$

Eftersom a_n er voksende gælder der endvidere:

$$\forall n \geq N : a_n \geq a_N > M \tag{1}$$

Eftersom $a_n > M$ følger a_n kravet for **Definition 4.18 (Divergens mod ∞)**, hvorved det ses, at følgende gælder:

$$a_n \to \infty \quad for \quad n \to \infty$$

Sætning 4.25 er dermed bevist. $\square$