

Opgave 66

Bevis at $r^2 \geq 0$ for alle $r \in \mathbb{R}$.
Beviset deles op i tre tilfælde.

Tilfælde 1

Lad $r = 0$. Vi ganger r på begge sider: $r^2 = r \cdot 0 = 0$.

Tilfælde 2

Lad $r > 0$. Ifølge definition 3.4 gælder der følgende:

$$t > 0 \text{ og } k < s \Rightarrow tk < ts$$

Lad $r = t$, $s = r$ og $k = 0$. Dette medfører at $r \cdot 0 = 0 < r \cdot r = r^2$.

Tilfælde 3

Lad $r < 0$. Ifølge opgave 63 gælder der følgende:

$$t < 0 \text{ og } k < s \Rightarrow tk > ts$$

Lad $t = r$, $k = r$ og $s = 0$. Dette medfører, at $r \cdot r = r^2 > r \cdot 0 = 0$

Dermed er $r^2 \geq 0$ for alle $r \in \mathbb{R}$ ■