

Opgave 81

G3-111

Kursusgang 2

Beskrivelse

Lad $r, s \in \mathbb{R}$. Vis at:

$$s \leq r + |s - r| \tag{1}$$

Vis også at:

$$s \geq r - |s - r| \tag{2}$$

Illustrer begge uligheder med en figur af en tallinje.

Løsning

Uligheden (1) bevises ved et modstridsbevis. Vi antager derfor, at det modsatte gælder:

$$\begin{aligned} s &> r + |s - r| \implies \\ s - r &> |s - r| \end{aligned} \tag{3}$$

Da dette ikke kan lade sig gøre er vi nået frem til en modstrid. \nexists

Uligheden (2) bevises ligeledes ved et modstridsbevis:

$$\begin{aligned} s &< r - |s - r| \implies \\ s - r &< -|s - r| \end{aligned} \tag{4}$$

Da dette heller ikke kan lade sig gøre er vi igen nået frem til en modstrid. \nexists

Vi er således nået frem til en modstrid ved begge ulighederne (3) og (4), og sætningen er dermed bevist. Ulighederne (1) og (2) er omskrevet og vist grafisk herunder. Det ses herved, at ulighederne (3) og (4) ikke kan lade sig gøre.

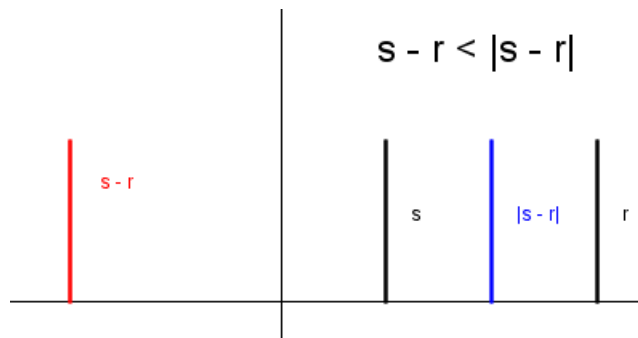


Figure 1: Første ulighed, $s - r$ mindre end absolutværdien.

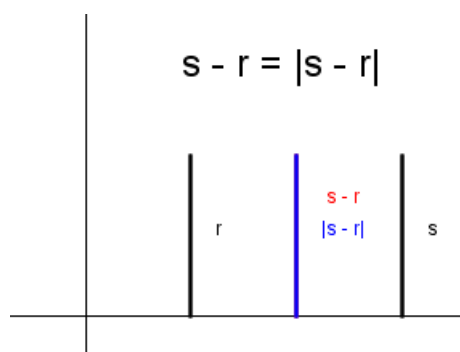


Figure 2: Første ulighed, $s - r$ lig med absolutværdien.

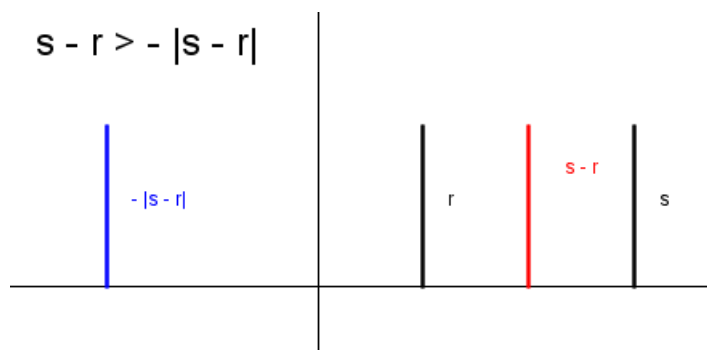


Figure 3: Anden ulighed, $s - r$ større end den negative absolutværdi.

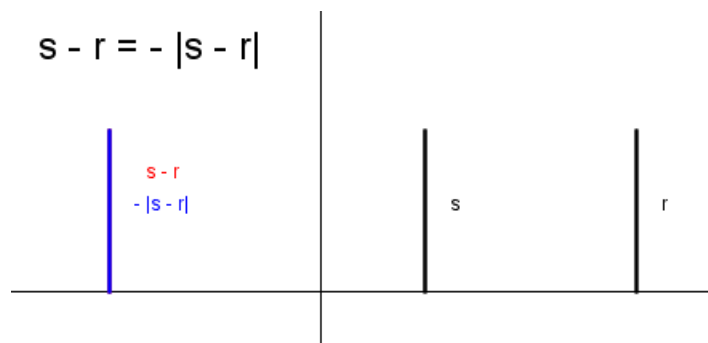


Figure 4: Anden ulighed, $s - r$ lig med den negative absolutværdi.