Matematisk modellering og numeriske metoder
Opgaver til Lektion 17

Morten Grud Rasmussen

22. november 2016

Opgave 1

Brug Simpsons regel på $\int_0^1 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$ med $n = 5$ inddelinger. Kald resultatet J_5^S (S for Simpsons regel) og sammenlign med resultatet fra Lektion 2's Opgave 5.

Opgave 2

Brug Simpsons regel på $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$ med $n = 4$ og $n = 8$ inddelinger. Estimér fejlen på sidstnævnte. Sammenlign med Lektion 2's Opgave 6.

Opgave 3

Anvend Gauss-kvadratur på $\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \cos(x)\,\mathrm{d}x$ med $n = 5$.

Opgave 4

Antag, at f givet ved $f(x) = x^4$ kun kendes i punkterne $x_0 = 0$, $x_1 = 0.2$, $x_2 = 0.4$, $x_3 = 0.6$ og $x_4 = 0.8$. Anvend numerisk differentiation til at finde (en approksimation af) $f'(x_2)$ på fire forskellige måder (udfra hhv. $f(x_2)$, $f(x_3)$ og $f(x_4)$, udfra $f(x_1)$ og $f(x_3)$, udfra $f(x_0)$, $f(x_1)$ og $f(x_2)$ samt udfra $f(x_0)$, $f(x_1)$, $f(x_3)$ og $f(x_4)$). Find $f'(x_2)$ analytisk og sammenlign med de numeriske resultater. Kan du forklare resultaterne?

Exercise 1

Use Simpson's rule oon $\int_0^1 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$ with $n = 5$ subintervals. Call the result J_5^S (S for Simpson's rule) and compare with the result from Lecture 2's Exercise 5.

Exercise 2

Use Simpson's rule on $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x$ with $n = 4$ and $n = 8$ subdivisions. Estimate the error on fejlen the latter. Compare with Lecture 2's Exercise 6.

Exercise 3

Use the Gauss integration formula on $\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \cos(x)\,\mathrm{d}x$ with $n = 5$.

Exercise 4

Assume that f given by $f(x) = x^4$ is only known in the points $x_0 = 0$, $x_1 = 0.2$, $x_2 = 0.4$, $x_3 = 0.6$, and $x_4 = 0.8$. Use numeric differentiation to find (an approximation of) $f'(x_2)$ in four different ways (using $f(x_2)$, $f(x_3)$, and $f(x_4)$, using $f(x_1)$ and $f(x_3)$, using $f(x_0)$, $f(x_1)$, and $f(x_2)$, and using $f(x_0)$, $f(x_1)$, $f(x_3)$, and $f(x_4)$, respectively). Find $f'(x_2)$ analytically and compare with the numerical results. Can you explain the results?