

Opgave 1 (25 POINT)

1. $y_h(x) = c_1 \sin(x) + c_2 \cos(x)$

2. $y_g(x) = y_h(x) + \frac{1}{4} \cos(3x)$

3. $y_p(x) = \frac{3}{4} \cos(x) + \frac{1}{4} \cos(3x)$

4.

5.

6.

Opgave 2 (25 POINT)

1. $u_t = c^2 u_{xx}, c^2 = 1.158 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$

2. $u_x(0, t) = u_x(1, t) = 0.$

3. Begyndelsesbetingelse

4. $g(x) = 10 \text{ }^\circ\text{C} + \frac{15}{4} \text{ }^\circ\text{C} \cos\left(\frac{\pi x}{100 \text{ cm}}\right) + \frac{5}{4} \text{ }^\circ\text{C} \cos\left(\frac{3\pi x}{100 \text{ cm}}\right)$

5. $u(x, t) = 10 \text{ }^\circ\text{C} + \frac{15}{4} \text{ }^\circ\text{C} \cos\left(\frac{\pi x}{100 \text{ cm}}\right) e^{-1.158 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \frac{\pi^2}{(100 \text{ cm})^2} t} + \frac{5}{4} \text{ }^\circ\text{C} \cos\left(\frac{3\pi x}{100 \text{ cm}}\right) e^{-1.158 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \cdot 9 \frac{\pi^2}{(100 \text{ cm})^2} t}$

6. $u(x, 3 \text{ min}) =$

$$10 \text{ }^\circ\text{C} + \frac{15}{4} \text{ }^\circ\text{C} \cos\left(\frac{\pi x}{100 \text{ cm}}\right) e^{-1.158 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \frac{\pi^2}{(100 \text{ cm})^2} 3 \text{ min} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} + \frac{5}{4} \text{ }^\circ\text{C} \cos\left(\frac{3\pi x}{100 \text{ cm}}\right) e^{-1.158 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \cdot 9 \frac{\pi^2}{(100 \text{ cm})^2} 3 \text{ min} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}}}$$

7. $10 \text{ }^\circ\text{C}$

Opgave 3 (25 POINT)

1. $y_h(x) = c_1 x + c_2 x^2$

2.

3. $y_1(x) = c_1 x + c_2 x^2 + 1 = Ax^2 - 2Ax + Bx^2 + B \Rightarrow B = 1, y(1) = A - 2A + B + B = 1 \Rightarrow A = 1.$

4. $Y(s) = \frac{s}{s^2+1} + \frac{1}{s-2}$

5. $e^{2t} + \cos(t)$

Opgave 4 (25 POINT)

1. De seks ligninger ser ud som følger:

$$u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{i,j} = 1^2 \frac{1}{4} (x_i - 3)(y_j - 4),$$

hvor en masse værdier selvfølgelig er kendt fra randbetingelsen og højresiden kan regnes ud for de seks konkrete talpar

2. $-\frac{1}{12}y^3 + y^2 - \frac{35}{12}y + 3$
3. Det er y - og funktionsværdierne på $L_1 \cup L_5$
4. $\frac{1}{2}$
5. $u_{22} = -17.75, u_{24} = -52$
6. $u_{ij}^{(0)} = u_{ij}^{(1)}$
7. Ja
8. Nej