

AALBORG UNIVERSITET ESBJERG

Skriftlig eksamen i
Partielle differentiallyigninger, sandsynlighedsberegning og statistik

Fredag den 25. februar 2011 kl. 09.00 – 13.00

Eksaminanden medbringer: Alle hjælpemidler er tilladte med undtagelse af mobiltelefon og internetadgang.

Eksaminanderne medbringer selv papir til kladde og renskrift.

Aflevering: Bedømmelsen afleveres på ternet papir.

Bilag kan eventuelt afleveres på USB-stick (der må kun være bilag på USB-stick, undtaget opgave 3A)

Opgave 1-4 afleveres i orange omslag til Ulla Tradsborg

Opgave 5-8 afleveres i blå omslag til Jørgen Houe Pedersen

Besvarelsene bedes forsynet med navn, cpr. nr. og sidenr.

Bilag: Ingen.

Opgave 1 starter på næste side.

Opgave 1 (15 %)

Givet følgende data:

x	f(x)
2,0	0,50
3,0	0,33
4,0	0,25
5,0	0,20
6,0	0,17

- Anvend Newton's divided differens interpolation til at opstille et fjerdegrads polynomium. Og beregn en tilnærmet værdi af $f(2,8)$.
- Opstil et udtryk for fejlen på det i spørgsmål A opstilledefjerde gradspolynomium.

Opgave 2 (15 %)

Givet følgende integrale

$$\int_{-3}^5 (4x - 3)^3 dx$$

- Anvend Simpson's metode til at beregne integralet. Sæt $n=4$.
- Bestem den eksakte værdi af integralet vha. almindelig integration.
- Kommentér på resultatet. (Anvend evt. Simpson's metode for evt. $n=2$).

Opgave 3 (10 %)

På en samlebåndsfabrik fremstilles i løbet af en arbejdsdag 1000 biler. Hver af disse biler vil være behæftet med et antal fejl pr. bil. Samlebåndsfabrikken har en formodning om, at antallet af fejl pr. bil i middel er 4.

Der udtages biler til kontrol for antal fejl.

- Beregn sandsynligheden for at en tilfældig udtrukken bil har højst 5 fejl.
- Beregn sandsynligheden for at en tilfældig udtrukken bil har mindst 2 fejl og højst 6 fejl.

Opgave 4 (10 %)

På et skibsværft i Korea har man behandlet skibsstålet med et nyt additiv for at forbedre holdbarheden overfor vejrliget.

For at undersøge om dette er korrekt, foretages følgende undersøgelse:

10 stålplader deles i 2 stykker og de nummereres. Den ene del af en stålplade behandles med den gamle behandlingsmetode og den anden halvdel behandles med den nye metode (det nye additiv).

Alle stålpladernes udsættes i en tidsperiode overfor vejrligets påvirkninger.

Herefter måles vægttabet i gram. Følgende resultater er fundet:

Stålpladenummer	Gammel behandlingsmetode	Ny behandlingsmetode
1	12 g	9 g
2	10 g	7 g
3	13 g	11 g
4	11 g	8 g
5	14 g	10 g
6	11 g	6 g
7	10 g	8 g
8	9 g	8 g
9	12 g	10 g
10	11 g	9 g

Det antages at normalfordelingen kan anvendes ved beregningerne.

- A. Undersøg ved hjælp af et test om den nye behandlingsmetode er bedre end den gamle behandlingsmetode.
- B. Opstil et 95 % konfidensinterval for middelværdidifferencen mellem de 2 behandlingsmetoder.

OPGAVE 5 (15 %)

Betragt flg. differentialligning:

$$y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$$

Hvor $y = y(x)$.

- a) Er denne differentialligning lineær eller ulineær? (begrund svaret).

Denne differentialligning kan sammenlignes med den differentialligning der studeres i eksempel 6 p. 17 i Advanced Engineering Mathematics, altså i lærebogen.

- b) Ud fra denne sammenligning ønskes nu anført løsningen til ovennævnte differentialligning *uden at regne*; men dit argument skal dog begrundes.
c) Løs ovennævnte differentialligning efter samme metode som i eksempel 6 p. 17 i lærebogen.
d) Tegn en skitse (håndtegnet graf) af løsningen.

Hint til spørgsmål c: $\int \frac{1}{u(1+u^2)} du = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{u^2}{1+u^2} \right)$.

OPGAVE 6 (10 %)

Der er givet flg. differentialligning:

$$x^2 y'' - 9xy' + 25y = 0$$

Hvor $y = y(x)$.

- a) Hvilken type differentialligning er der tale om?
b) Find den generelle løsning til denne differentialligning.

OPGAVE 7 (15 %)

Der er givet en funktion ved flg. udtryk:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , -\pi < x < 0 \\ \sin(x) & , 0 < x < \pi \end{cases}$$

- a) Er $f(x)$ lige eller ulige eller ingen af delene? (begrund svaret)
b) Find Fourier-rækken for $f(x)$ når det antages, at den har perioden $p = 2\pi$.
c) Lav en skitse (håndtegnet graf) af de to første betydende partialsummer.

OPGAVE 8 (10 %)

Der er udført nogle eksperimenter med i alt 20 målepunkter (sammenhørende x- og y-værdier), hvor datamaterialet anvendes i en simpel lineær regressionsanalyse. Dette har givet flg. tabel:

	Koefficient	standardafvigelse	T	p-værdi
Skæring	74,283	1,593	46,62	0,000
Hældning	14,947	1,317	11,35	0,000

$$s = 1,087 \quad R^2 = 0,877$$

regressionsanalysens variansanalysetilgang giver flg.:

kilde	frihedsgrader	kvadratsummer	middelkvadrater	F-værdi	P-værdi
regression	1	152,13	152,13	128,86	0,000
fejl	18	21,25	1,18		
total	19	173,38			

- Opstil udtrykket for den bedste rette linie.
- I variansanalysetilgangen anvendes udtrykket $SST = SSR + SSE$. Giv en diskussion af dette udtryk, samt en fortolkning af de tre led i udtrykket.
- Opstil F-testet fra variansanalysetilgangen idet du anfører nulhypotesen, F-værdien og konklusion på testet.
- Er der en sammenhæng mellem T-testet i øverste tabel og F-testet i nederste tabel? I givet fald diskutér sammenhængen.

Slut på opgaveteksten.