31. marts 2016

Analyse 2

Forår 2016
Ugeseddel 9 – Uge 13

Sidste uges forelæsninger handlede om Banachs fikspunktssætning og lokal eksistens og entydighed af løsninger til ordinære differentialligninger, svarende til kapitel 5 og 6 i Horias noter.

Eksistens- og entydighedssætningen blev skrevet med en suboptimal skriftstørrelse på tavlen, og formuleringen i Horias noter indeholder ikke alle antagelserne, så den gengives som en særlig service nedenfor:

Sætning. *Lad* $I \subset \mathbb{R}$ *være et interval,* $U \subset \mathbb{R}^d$ *en åben mængde, og* $t_0 \in I$, $y_0 \in U$, $r_0, \delta_0 > 0$ *opfylde, at* $\overline{B_{r_0}}(y_0) \subset U$ *og* $[t_0 - \delta_0, t_0 + \delta_0] \subset I$. *Lad* $f\colon I \times U \to \mathbb{R}^d$ *være en kontinuert funktion, som opfylder følgende Lipschitz-betingelse på mængden* $H_0 = [t_0 - \delta_0, t_0 + \delta_0] \times \overline{B_{r_0}}(y_0)$*: der eksisterer et* $L > 0$ *så*

$$\|f(t,x) - f(t,y)\| \leqslant L\|x - y\| \qquad \forall t \in [t_0 - \delta_0, t_0 + \delta_0], \quad \forall x, y \in \overline{B_{r_0}}(y_0).$$

Definér $M = \sup_{(t,x)\in H_0} \|f(t,x)\|$ *og* $\delta_1 = \min\{\delta_0, \frac{r_0}{M}, L^{-1}\}$. *Så findes netop én løsning* $y\colon (t_0 - \delta_1, t_0 + \delta_1) \to \overline{B_{r_0}}(y_0)$ *til begyndelsesværdiproblemet*

$$y'(t) = f(t, y(t)), \quad y(t_0) = y_0.$$

Trettende kursusgang: Tirsdag d. 5. april kl. 12:30 til 16:15

> **12:30–16:15:** Selvstudium/opgaveregning i grupperum
>
> Regn videre i Horias opgavesæt om differentialligninger. Jeg er til rådighed, og I er selvfølgelig også velkomne til at regne eventuelle hængepartier fra tidligere.

Fjortende kursusgang: Torsdag d. 7. april kl. 12:30 til 16:15

> **12:30–16:15:** Selvstudium/opgaveregning i grupperum
>
> Regn opgave 7 i Horias opgavesæt om punktvis og uniform konvergens. Jeg er interneret i Hobro og dermed desværre ikke tilstede.

Næste uge – uge 15 – fortsætter vi gennemgangen af Horias noter og viser sætningen om implicit givne funktioner.

Med venlig hilsen
Morten Grud Rasmussen