

Prøve i Matematik – Geometriske Grundbegreber

M-sektorens 4. semester

Torsdag, den 31. Maj 2001, kl. 9:00 – 12:00

Alle sædvanlige hjælpemidler må medtages.

PC er ikke tilladt.

Opgave 1:(40%) En plan kurve er givet ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(t) = \overrightarrow{OP_t} = [t^3, \frac{3}{2}t^2], \quad t \in \mathbf{R}.$$

1. Beregn hastighedsvektoren $\mathbf{r}'(t)$ og vis at farten i P_t er

$$v(t) = |\mathbf{r}'(t)| = 3|t|\sqrt{t^2 + 1}.$$

2. Beregn for $t \neq 0$ kurvens enhedstangentvektor $\mathbf{t}(t)$ og hovednormalvektor $\mathbf{n}(t)$ i punktet P_t . Bestem desuden grænsetangentterne $\lim_{t \rightarrow 0^+} \mathbf{t}(t)$ og $\lim_{t \rightarrow 0^-} \mathbf{t}(t)$; og vis at de er modsat rettede.
3. Beregn længden af kurvestykket fra $P_{-1} : [-1, \frac{3}{2}]$ til $P_1 : [1, \frac{3}{2}]$.
4. Beregn for $t \neq 0$ krumningsfunktionen $\kappa(t)$.
5. Bestem accelerationsvektoren $\mathbf{a}(t)$ for $t \in \mathbf{R}$ samt i punktet $P_1 : [1, \frac{3}{2}]$ dens tangentielle og normale komponenter $\mathbf{a}_t(1)$ og $\mathbf{a}_n(1)$.

Opgave 2: (24%) En naturlig kubisk spline bestemmes ved de tre punkter $P_0 : [0, 0]$, $P_1 : [-4, 4]$ og $P_2 : [4, 4]$

1. Beregn de tre hastighedsvektorer \mathbf{v}_0 , \mathbf{v}_1 og \mathbf{v}_2 .
2. Gør rede for, at den del af kurven der forbinder punkterne P_0 og P_1 har parameterfremstillingen:

$$\mathbf{p}_1(t) = \begin{bmatrix} 3t^3 - 7t \\ -t^3 + 5t \end{bmatrix}, \quad 0 \leq t \leq 1;$$

og bestem parameterfremstillingen for den anden del af kurven.

3. Beregn i punktet P_1 krumningen κ og bestem koordinaterne til krumningscirkelens centrum.

Opgave 3: (36%) I et sædvanligt højrekoordinatsystem $(O; \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ er en flade F givet ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(u, v) = \overrightarrow{OP_{u,v}} = [u, v, u + v^2], \quad u \in \mathbf{R}, \quad v \in \mathbf{R}.$$

1. Bestem en ligning for fladens (affine) tangentplan i punktet $P_{1,1} : [1, 1, 2]$.
2. Beregn koefficienterne i fladens 1. fundamentalform.
3. Beregn koefficienterne i fladens 2. fundamentalform.
4. Beregn i ethvert punkt af fladen middelkrumningen H og Gausskrumningen K , samt de to hovedkrumninger k_1 og k_2 .

Husk at skrive navn og gruppenummer på besvarelsene. **Og skriv antallet af afleverede ark på 1. side** af besvarelsene.