Velkommen til matematikkurset på M-sektorens 4. semester! Inden 1. kursusgang vil jeg bede jer om at forsyne jer med kursuskompendiet

Martin Raussen, Elementary Differential Geometry: Curves and Surfaces, Ed. 2008,

som kan købes i centerboghandelen. Jeg beklager, at nogle af illustrationerne ikke er kommet med i den trykte version. De vil blive gjort tilgængelige elektronisk.

Al information vedr. kurset gives på hjemmesiden www.math.aau.dk/~raussen/I4/08. Siden bliver løbende opdateret med lektionsplaner (som denne her), løsningsforslag til opgaver samt slides.

Forelæsning:

kl. 8:15 – 10:00 i Fib 16, lokale 1.108.

Mål og indhold:

I de første to forelæsninger behandles den lineære geometri i plan og rum: linier, planer, afstands- og vinkelberegning mv. Størstedelen kender I fra gymnasiet eller basisåret, men en god forståelse af den rumlige geometri er en forudsætning for resten af kurset og nyttig for enhver ingeniør. Under behandlingen af stoffet gør vi brug af den lineære algebra, I har stiftet bekendtskab med på basisåret: vektorer, matricer, lineære ligningssystemer, prik-og krydsprodukt mv. I første omgang bruger vi dette værktøj til en beskrivelse af linier i plan og rum og af planer i rummet ved parameterfremstillinger på vektorform.

Jeg begynder den 1. forelæsning med et "prædiken" om det samlede forløb (mål, indhold, form, praktiske forhold, eksamen, gensidige forventninger osv.)

Litteratur:

MR Martin Raussen, Ch.I, afsnit 1.1-2.1, pp. 5 – 16.

Opgaveregning:

kl. 10:00-12:00. Da vi ikke har en hjælpelærer til rådighed, skal vi først diskutere hvordan vi organiserer opgaveregning mest hensigtsmæssig.

Opgaver:

Det er en god ide, at have regnet "opvarmnings"opgaverne hjemmefra!

1. Opvarmning: Beregn prikprodukt, hhv. krydsprodukt af vektorerne $\mathbf{a} = [1, 3, 2]$ og $\mathbf{b} = [0, -2, 5]$. Bestem vinklen α mellem $\mathbf{a}$ og $\mathbf{b}$. Find rumproduktet $[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}]$ med vektoren $\mathbf{c} = [3, -3, 0]$.

   (Facit: 4, $[19, -5, -2]$, $\cos\alpha \simeq 0.1985$, 72.)

2. Opvarmning: Hvordan skal to rumlige vektorer $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbf{R}^3$ ligge i forhold til hinanden hvis der gælder for deres indbyrdes prik-, hhv. krydsprodukt:

   (a) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$? $\quad |(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|$?

   (b) $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{0}$? $\quad |(\mathbf{a} \times \mathbf{b})| = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|$?

   (Vink: [MR1], (1.6) og (1.13).)

3. Tegn et parallelepipedum (et "3-dimensionalt parallelogram", dvs., en skæv kasse med parallele sider, se Figur 1 på s. 3). Hjørnerne i grundparallelogrammet kaldes (mod uret) A, B, C og D, hjørnerne i det modsatte parallelogram kaldes A', B', C' og D'.

   I dette parallelepipedum ligger vektorene $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{b} = \overrightarrow{AD}$ og $\mathbf{c} = \overrightarrow{AA'}$. Bestem vektorerne

   $$\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{B'D'} \text{ og } \overrightarrow{AC'}$$

   udtrykt vha. summer og differencer af vektorene $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ og $\mathbf{c}$.

   (Eks.: $\overrightarrow{AB'} = \mathbf{c} + \mathbf{a}$. Husk at vektorer gerne må parallelforskydes.)

4. Givet tre punkter $P_1 : [-1, 1, 3], P_2 : [2, 4, 1]$ og $P_3 : [5, 2, -1]$ i rummet $\mathbf{E}^3$.

   (a) Find en parameterfremstilling for linien l gennem P_1 og P_2.

   (b) Find en parameterfremstilling for planen α gennem P_1, P_2 og P_3.

   (c) Find arealet af den trekant i α som har hjørner i P_1, P_2 og P_3.

   (Facit: $\frac{5\sqrt{13}}{2} \simeq 9$.)

   (d) Find rumfanget af det parallelepipedum (den skæve kasse) som udspændes af punkterne P_1, P_2, P_3 og $P_4 : [0, 2, 6]$.

   (Facit:55)

5. Lad $\mathbf{e} \in \mathbf{R}^3$ vaere en enhedsvektor, dvs., $|\mathbf{e}| = 1$, og lad $\mathbf{n}$ være en vektor, som er ortogonal på $\mathbf{e}$. Bestem $\mathbf{e} \times (\mathbf{e} \times \mathbf{n})$.
   (Vink: I denne opgave skal man ikke regne, men argumentere. Vektoren $\mathbf{n}$ ligger i normalplanen η til $\mathbf{e}$. Hvilken virkning har operationen $\mathbf{x} \mapsto \mathbf{e} \times \mathbf{x}$ for vektorer $\mathbf{x}$ indeholdt i η? Prøv evt. at få ideen ved at lade to blyanter forestille vektorerne $\mathbf{e}$ (lodret) og $\mathbf{x}$ (vandret i bordplan η).)

6. Lad $\mathbf{x}$ og $\mathbf{y}$ være enhedsvektorer i $\mathbf{R}^3$, som står vinkelrette på hinanden.

   (a) Beregn rumproduktet $[\mathbf{x} \times \mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{y}]$ ved hjælp af (den første) definition i 1.2.4 (p. 10) – uden at bruge koordinatsæt for disse vektorer! Interpreter resultatet som rumfang af et parallelepipedum (hvad slags?).

   (b) Beregn, for $a, b, c \in \mathbf{R}$, rumproduktet $[a(\mathbf{x} \times \mathbf{y}) + b\mathbf{x} + c\mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{y}]$ ved hjælp af determinantformlen (1.11; p. 10) og egenskaber af determinanten. Interpreter igen resultatet som rumfang af et parallelepipedum.

   (Facit: (a) 1; (b) a.)

Software:

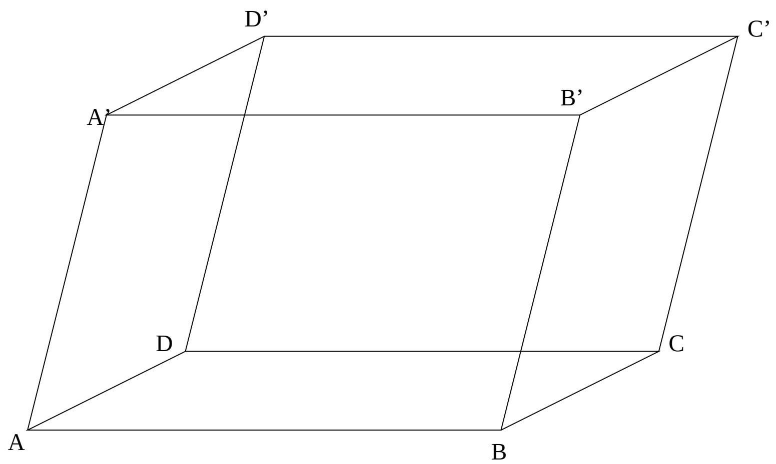
Jeg anbefaler, at I bruger computer algebra systemet MAPLE, som mange af jer kender fra basisåret, til illustration og kontrol i forbindelse med opgaveregning. Jeg har fået oplyst at I kan installere PC-versionen på egen PC i grupperummet ved at følge stien `msektornt2/SOFTWARE/Mathematics` fra filserveren: der finder I en mappe med MAPLE. Med `Help`-knappen kan man få instruktion og eksempler. Jeg kan anbefale "Take a Tour of Maple", som aktiveres ligeledes fra `Help`.

I kursets forløb vil jeg selv demonstrere mange egenskaber ved kurver ved hjælp af software, som VIDIGEO-projektet har udviklet med støtte fra Dansk Center for Naturvidenskabsdidaktik; I får adgang til det fra hjemmesiden ved at klikke på `Geometrisk laboratorium` eller her.

Vi vil også gøre brug af disse programmer under opgaveregningen, og jeg vil bede jer hurtigst muligt at gøre jeres PC kla til det: For at kunne arbejde med disse applets skal man nemlig have adgang til Java2. De fleste, men ikke alle udgaver af Internet Explorer har indbygget Java2. Hvis det ikke umiddelbart ser ud til at virke, kan man gratis downloade de nyeste versioner af Java fra denne side.

Næste gang:

2. lektion. Torsdag, den 14.2.08:
Beskrivelse af linier og planer vha. ligninger. Flere linier og planer. Projektioner, afstands-og vinkelmåling.
Litteratur: [MR], afsnit 1.2.2-1.3.2, pp. 16 – 34. Afsnit 1.3.3 gennemgås ikke i kurset; men da det indeholder mekaniske anvendelser, må I meget gerne læse det igennem.



Figur 1: Et parallelepipedum

Med venlig hilsen

Martin Raussen