

## Repetition og lidt nyt stof:

kl. 8:15 – 9:25 i Fib 16, lokale 1.108.

$[1, -2, 1]$ ; se evt. [MR], p. 18, Rem. 1.18.2).

[Facit: (a)  $x + y + 2z = 9$ ;

(b) f.eks.:

$$[0, 0, 3] + s[1, 0, -1] + t[2, 1, 0].]$$

## Mål og indhold:

Vi fortsætter med at gennemgå lineære geometriske fænomener ved hjælp af begreber og metoder hentet fra den lineære algebra: Linier i planet og planer i rummet kan man beskrive ved parameterfremstillinger eller vha. en **lineær ligning**. Ligningen fås ved at udnytte, at en vektor  $\mathbf{i}$  linien/planen står **vinkelret** på linien/planens **normalvektor** – det gøres ved hjælp af **prikproduktet**.

Vi behandler desuden den **relative position** af **flere** linier og planer i rummet og beregner deres **snit**.

2. Opvarmning: Givet de tre punkter  $P_1 : [-1, 1, 3]$ ,  $P_2 : [2, 4, 1]$  og  $P_3 : [5, 2, -1]$  i rummet  $\mathbf{E}^3$  fra opg. 4 fra sidste ugesedel.

- (a) Find en vektor  $\mathbf{n}$  vinkelret på planen  $\alpha$ , der indeholder de tre punkter og en lineær ligning som beskriver  $\alpha$ .

[Facit:  $2x + 3z = 7$ .]

- (b) Ligger punktet  $Q : [-4, 2, 5]$  i planen  $\alpha$ ?

## Litteratur:

MR Martin Raussen, afsnit I.2, pp. 13 – 25.

3. To linier  $l$  og  $m_a$  i rummet er givet ved deres parameterfremstillinger

$$l : \overrightarrow{OP}_t = [4, 2, -3] + t[1, -3, 5];$$

$$m_a : \overrightarrow{OQ}_s = [11, -9, a] + s[3, -4, 3].$$

For hvilken værdi  $a \in \mathbf{R}$  skærer linierne  $l$  og  $m_a$  hinanden i et punkt? Bestem i givet fald snitpunktet  $S$ .

[Facit:  $a = 8$ ;  $S : [5, -1, 2]$ .]

## Opgaveregning:

kl. 9:30 – 11:20.

## Opgaver:

1. Opvarmning: Givet en plan  $\alpha$  i rummet  $\mathbf{E}^3$  ved

- (a) parameterfremstillingen

$$\alpha : [1, 2, 3] + s[1, 1, -1] + t[-1, 1, 0].$$

Find en ligning  $ax + by + cz = d$ , som beskriver  $\alpha$ .

- (b) ligningen  $x - 2y + z = 3$ . Find en parameterfremstilling for  $\alpha$ .  
(Vink: Find først to lineært uafhængige vektorer, som står vinkelret på koefficientvektoren

4. Givet en linie  $l$  og en plan  $\alpha$  med parameterfremstillinger

$$l : \overrightarrow{OP}_t = \overrightarrow{OP}_0 + t\mathbf{a}, \text{ hhv.}$$

$$\alpha : \overrightarrow{OQ}_{rs} = \overrightarrow{OQ}_0 + r\mathbf{b} + s\mathbf{c}.$$

Vis: Snitmængden  $l \cap \alpha$  består af ét punkt  $\Leftrightarrow \mathbf{a}, \mathbf{b}$  og  $\mathbf{c}$  er lineært uafhængige.

(Vink:  $\overrightarrow{OP}_t = \overrightarrow{OQ}_{rs} \Rightarrow ?$  Og hvordan kan man afgøre om 3 vektorer i  $\mathbf{R}^3$  er

lineært uafhængige?)

Er dette tilfældet for  $l$  fra Opg. 3 og  $\alpha$  givet ved parameterfremstillingen

$$\overrightarrow{OQ_{rs}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + r \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + s \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} ?$$

5. (for de skrappe:) To linier i rummet har parameterfremstillingerne

$$l : \overrightarrow{OP} = [1, 0, -1] + s[1, 1, 1], s \in \mathbf{R};$$
$$m : \overrightarrow{OQ} = [10, 5, 2] + t[5, 1, 2], t \in \mathbf{R}.$$

Bestem en parameterfremstilling for den linie, der skærer både  $l$  og  $m$  og som går igennem punktet  $R[3, 2, -1]$ . (Vink: Find først en parameterfremstilling for planen  $\alpha$  som indeholder punktet  $R$  og linien  $l$ . I hvilket punkt  $S$  skærer planen  $\alpha$  linien  $m$ ?)

[Facit: f.eks.  $\overrightarrow{OR}_t = \overrightarrow{OS} + t \cdot \overrightarrow{QR} = [3, 2, -1] + t \cdot [2, 2, 1].$ ]

### Software

**VIDIGEO** Illustrationer af vindskæve linier og deres afstand: Se de første to illustrationer på GEOLAB-siden <http://www.math.aau.dk/~raussen/VIDIGEO/GEOLAB/>.

### Næste gang:

3. lektion. Torsdag, den 21.2.08. Emner:

- Vektorfunktioner af en variabel og deres afledede [MR], 2.1.1-2.1.2, pp. 47 – 49 og/eller [EP], Edwards & Penney, *Calculus*, sect. 11.5, pp. 851 – 856.
- Parameterfremstillinger for kurver. [MR], 2.2.1 – 2.2.3, pp. 50 – 62.

Med venlig hilsen

Martin Raussen

## Afsluttende forelæsning

kl. 11:25 – 12:00 i Fib 16, lokale 1.108.

### Mål og indhold:

**Ortogonalprojektioner** er væsentlige i teknisk tegning og mekanik. Derudover kan man bruge dem til en systematisk beskrivelse af metoder til **afstands- og vinkelbestemmelse** i planet og især i rummet.

### Litteratur:

**MR** Martin Raussen, afsnit I.3, pp. 25 – 36. Afsnit 3.3. gennemgås ikke i forelæsningsen.